F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIV (XXVIII)

Fasc. 1—2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1978

1979 JAN 2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIV (XXVIII)

Fasc. 1—2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1978

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER, prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE, prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION, acad. prof. dr. doc. CR. SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Conf. dr. ing. PAUL MATEI
Prof. dr. ing. DAVID PERETZ
Prof. dr. ing. C. PICOȘ

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. doc. ALFRED BRAIER **(secretar de redacție)**
Șef de lucrări ing. **I.** CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Asist. ing. **ANETA BRAIER** (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1 — 2 1978

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

ILIE N. CONSTANTINESCU, N. D. POPESCU şi PERSIDA M. GEORGESCU, Vibraţiile grinzilor drepte sub acţiunea unei forţe mobile de intensitate variabilă (germ., rez. rom.) 9

D. H. VAN CAMPEN şi H. WEPPELINK (Olanda), Unele probleme asupra vibraţiilor libere ale pînzelor cilindrice finite (engl., rez. rom.) 19

ALFRED BRAIER şi ANETA BRAIER, Utilizarea mijloacelor geometriei descriptive în cinematica rigidului. (II) Construcţia grafică a cîmpului vitezelor (rom., rez. franc.) 25

VICTOR FLORIN POTERAŞU, Sinteza senzitivităţii controlului optimal pentru sisteme cu parametri distribuiţi. (II) Sisteme combinate şi controlabilitatea lor (engl., rez. rom.) 31

PAUL MATEI, Un model electric pentru cîmpul hidrodinamic normal pe planul paralel, cu aplicaţii la studiul turbomaşinilor radiale (rom., rez. germ.) 37

M. D. GAFIŢANU şi C. R. RACOCEA, Optimizarea dimensională a rulmenţilor cu role. (III) Dependenţe : deformaţii—tensiuni—forţe ; corecţii experimentale şi de calcul (engl., rez. rom.) 43

CEZAR DUCA, Determinarea optimă, pe cale numerică, a dimensiunilor camelor prevăzute cu tachet de translaţie (rom., rez. engl.) 51

M. D. GAFIŢANU, SPIRIDON S. CREŢU, MARIANA HANTELMANN, IULIAN BEJENARU şi V. ASMARANDEI, Cuplul de frecări al rulmenţilor cu role — factor în proiectare (engl., rez. rom.) 57

C. CIOCHINĂ, C. IGNAT, I. CRUDU, D. CONDURACHE, H. NĂSTASE şi P. TAGA, Contribuţii la studiul stabilităţii dimensionale a oţelurilor de rulmenţi Rul 1 şi Rul 2 (rom., rez. engl.) 65

GH. LOZONSCHI, Consideraţii privind randamentul instalaţiilor de cazane cu baterii termoelectrice montate ca treaptă înaintaşă de energie (rom., rez. engl.) 69

C. POPA, MARIA VIAŞU, EUGEN BUŢURCĂ şi MARIANA VASILACHE, Utilizarea metodelor geometriei descriptive în transmisiile cu scripeţi şi role (rom., rez. franc.) 75

TRAIAN VIDRAŞCU, Rezultate şi concluzii privind experimentarea unor sisteme de aprindere cu semiconductori pe autoturismul Dacia 1300 (rom., rez. engl.) 79

Pag.

RONALD PERETZ și DAN URSESCU, Utilizarea noțiunii de „turbină de putere limită" drept criteriu de comparație a caracteristicilor de lucru ale turbinelor cu condensație (germ., rez. rom.) 85

I. CONDREA, Cercetarea teoretică și experimentală a dispozitivelor de copiat hidraulice prin excitare de presiune (rom., rez. franc.) 91

D. ZETU, I. CONDREA și GH. UNGUREANU, Concepția unei mașini-unelte pentru rectificarea rolelor de la cajele de laminare (rom., rez. franc.) 95

N. GOJINEȚCHI, Excentricul circular ca element de amplificare în mecanismele de strîngere ale dispozitivelor (rom., rez. germ.) 99

GH. LUNGU și MARIA LUNGU, Aplicații industriale ale organelor de mașini placate cu materiale plastice (rom., rez. engl.) 103

N. GHERGHEL, Asupra încălzirii soluției de electrolit la rectificarea electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă, a unor aliaje dure sinterizate (rom., rez. germ.) 107

RECENZII 113

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТ
Tome XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2 1978

Section IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

	Pp.
ILIE N. CONSTANTINESCU, N. D. POPESCU und PERSIDA M. GEORGESCU, Die Schwingungen der Balken unter der Wirkung eines Kraftes von veränderlicher Intensität (German, Romanian summary)	9
D. H. VAN CAMPEN and H. WEPPELINK (The Netherlands), Some Problems Related to Free Vibrations of Finite Cylindrical Shells (English, Romanian summary)	19
ALFRED BRAIER et ANETA BRAIER, Utilisation des procédés de la géométrie descriptive dans la cinématique du corps rigide. (II) Construction graphique du champ des vitesses (Romanian, French summary) . .	25
VICTOR FLORIN POTERAŞU, Sensitivity Synthesis of Optimal Control for Distributed Parameter Systems. (II) Combined Systems and their Controllability (English, Romanian summary)	31
PAUL MATEI, Ein elektrisches Analogiemodell für das hydrodynamische Feld, senkrecht zur parallelen Ebene — mit Anwendungen auf die Untersuchung von radialen Turbomaschinen (Romanian, German summary) .	37
M. D. GAFIŢANU and C. R. RACOCEA, Contribution to Dimensional Optimization of the Roller Bearing. (III) Dependences : Deformations—Stresses—Forces ; Experimental and Calculus Correlations (English, Romanian summary)	43
CEZAR DUCA, The Numerical Optimum Determination of the Dimensions of Cam Mechanisms with Translating Follower (Romanian, English summary)	51
M. D. GAFIŢANU, SPIRIDON S. CREŢU, MARIANA HANTELMANN, IULIAN BEJENARU and V. ASMARANDEI, The Friction Torque of Rolling Bearings — Factor in Design (English, Romanian summary)	51
C. CIOCHINĂ, C. IGNAT, I. CRUDU, D. CONDURACHE, H. NĂSTASE and P. TAGA, Contributions to the Study of the Dimensional Stability of the RUL_1 and RUL_2 Bearing Steels (Romanian, English summary) .	65
GH. LOZONSCHI, Some Appreciations Regarding the Efficiency of the Thermo-Electric Boilers with Batteries, Assembled as Front Step of Energy (Romanian, English summary)	69
C. POPA, MARIA VIAŞU, EUGEN BUŢURCĂ et MARIANA VASILACHE, Utilisation des méthodes de la géométrie descriptive dans les transmissions avec poulis et rouleaux (Romanian, French summary)	75

Pp.

TRAIAN VIDRAȘCU, Results and Conclusions Regarding the Experimentation of Solid-State Ignition Systems on the Dacia—1300 Automobile (Romanian, English summary) 79

RONALD PERETZ und DAN URSESCU, Die Anwendung der Begriffes „Grenzleistungsturbine" als Vergleichskriterium der von verschiedenen Arbeitsmitteln angetriebenen Kondensationsturbinen (German, Romanian summary) 85

I. CONDREA, Étude théorique et expérimental des dispositifs hydrauliques de copiage par excitation de pression (Romanian, French summary) . . . 91

D. ZETU, I. CONDREA et GH. UNGUREANU, Conception d'une machine-outil à rectifier les rouleaux pour cages de laminoir (Romanian, French summary) 95

N. GOJINEȚCHI, Kreisexcenter als Verstärkungselement in Spannungsmechanismen der Vorrichtungen (Romanian, German summary) 99

GH. LUNGU and MARIA LUNGU, Industrial Applications of the Plated with Plastics Machine Elements (Romanian, English summary) 103

N. GHERGHEL, Das Erwarmen elektrolytischer Lösungen beim elektrochemischen Schleifen mit konstantem Druck einiger gesinterter Hartmetallegierungen (Romanian, German summary) 107

BOOK REVIEWS 113

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСГОГО ИНСТИТУТА
Том XXIV (XXVIII), вып. 1–2 1978

Секция IV

ТЕХНИЧЕКСАЯ МЕХАНПКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ИЛИЕ Н. КОНСТАНТИНЕСКУ, Н. Д. ПОПЕСКУ и ПЕРСИДА М. ДЖЕОРДЖЕСКУ, Вибрации прямых балок под действием подвижной силы переменной интенсивности (нем., рез. рум.) 9

Д.Г. ван КЕМПЕН и Г. УЕППЛИНК (Голландия), Некоторые задачи о свободных колебаниях цилиндрических конечных оболочек (англ., рез. рум.) 19

АЛФРЕД БРАИЕР и АНЕТА БРАИЕР, Использование средов начертательной геометрии в кинематике твердого тела. (II) (рум., рез. франц.) 25

ВИКТОР ФЛОРИН ПОТЕРАШУ, Синтез чувствительности оптимального управления для систем с распределенными параметрами. (II) Комбинированные системы и их управляемось (англ., рез. рум.) . . . 31

ПАУЛЬ МАТЕИ, Электрический модель для гидродинамического поля с применением на изучении радиальных турбомашин (рум., рез. нем.) 37

М.Д. ГАФИЦАНУ и К.Р. РАКОЧЯ, Оптимизация размеров роликоподшипников. (III) Зависимости : деформаций — напряжении — силы ; экспериментальные и численные поправки (англ., рез. рум.) . . . 43

ЧЕЗАР ДУКА, Оптимальное вычислительное определение размеров кулачков с поступательным толкателем (рум., рез. англ.) 51

М.Д. ГАФИЦАНУ, СПИРИДОН С. КРЕЦУ, МАРИАНА ХАНТЕЛЬМАН, ИУЛИЯН БЕЖЕНАРУ и В. АСМАРАНДЕЙ, Момент трении роликовых подшипников как фактор проэктировании (англ., рез. рум.) 57

К. ЧИОКИНЭ, К. ИГНАТ, И. КРУДУ, Д. КОНДУРАКЕ, Х. НЭСТАСЕи П. ТАГА, Контрибуции на изучении стабильности размеров шарикоподшипниковых сталей Рул 1 и Рул 2 (рум., рез. англ.) . . . 65

Г. ЛОЗОНСКИ, К вопросу о эффективности котельных установок с термоэлектрическими батареями в качестве человой ступени энергии (рум., рез. англ.) 69

Стр.

К. ПОПА, МАРИЯ ВИАШУ, ЭУДЖЕН БУЦУРКЭ и МАРИАНА ВАСИЛАКЕ, Использование методов начертательной геометрии в передачи с блоками и роликами (рум., рез. франц.) 75

ТРАИАН ВИДРАШКУ, Результаты и выводы о эксперименте некоторых зажигательных систем с полупроводниками на автотуризме DACIA-1 300 (рум., рез. англ.) 79

РОНАЛД ПЕРЕЦ и ДАН УРСЕСКУ, Использование концепта «турбина с ограниченной мощности», как критерий сравнении рабочих характеристик конденсационных турбин (герм., рез. рум.). 85

И. КОНДРЯ, Теоретическое и экспериментальное исследовании гидравлических копировальных приспособлений (рум., рез. франц.). 91

Д. ЗЕТУ, И. КОНДРЯ и Г. УНГУРЯНУ, Концепция станка для шлифовании роликов клетей прокатного стана (рум., рез. франц.) 95

Н. ГОЖИНЕЦКИ, Круговой эксцентрик как усилительный элемент в зажимных механизмах для пристособление (рум., рез. нем.) 99

Г. ЛУНГУ и МАРИЯ ЛУНГУ, Промышленные применения органов мащин плакированных пласммассами (рум., рез. англ.) 103

Н. ГЕРГЕЛ, Об нагревание электролитического раствора при электрохимическое-абразивное шлифование с постоянном давление, синтеризованных твёрдых сплав (рум., рез. нем.) . . . . . .

РЕЦЕНЗИИ 113

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICA TEHNICA

D.K. 534.01

DIE SCHWINGUNGEN DER BALKEN UNTER DER WIRKUNG EINES BEWEGLICHEN KRAFTES VON VERÄNDERLICHER INTENSITÄT

VON

ILIE N. CONSTANTINESCU, N. D. POPESCU und PERSIDA M. GEORGESCU

1. Einleitung. Die Untersuchung der Streberkappenschwingungen, die von der Wirkung der mobilen Belastungen hervorgerufen sind, stösst auf grosse Schwierigkeiten, wegen der Tatsache, dass die Verschiebung der Lasten nach der Richtung der Strebenkappenachse erfolgt, und die Trägheitskräfte nach der Normale au diese Achse wirken, sodass das Prinzip der Überlagerung der Wirkungen nicht mehr anwendbar ist. Das Problem kompliziert sich noch mehr wegen der Tatsache, dass die Stärke der mobilen Lasten zeitlich nicht konstant bleibt und die Verschiebungsgeschwindigkeiten der mobilen Lasten in der letzten Zeit sehr gestiegen sind.

Die Lösung dieses Problems wird die Fetlegung der Geschwindigkeitsbereiche ermöglichen, die im Stande sind die Erscheinung der dynamischen Instabilität hervorgerufen, wobei somit die Möglichkeit zu finden von zweckmässigen Mitteln zur Vermeidung oder Bekämpfung dieser Erscheinung gegeben wird.

2. Theoretische Betrachtungen. Die Lösung des Problems wurde ermöglicht dank der Anwendung der Diracschen δ-Funktion und der neuen Abart der energetischen Methode zur Festlegung der Differenzialgleichung der Schwingungsbewegung.

Von den Eigenschaften der δ-Funktion, die durch die Beziehung

$$\delta = \delta(x - x_0) \tag{1}$$

definiert ist, wo x ein laufender Punkt des Abschnitts (x_1, x_2) ist, in dessen Innern die Funktion definiert wird, und x_0 der Diskontinuitätspunk ist, wird in dieser Arbeit nur ihre filtrierende Eigenschaft benützt, die folgendermassen ausgedrückt wird: wenn die Funktion $f(x)$ kontinuierlich und im Bereich (x_1, x_2) begrenzt ist, so kann man für $x_1 < x_0 < x_2$ folgendes schreiben

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)\,\delta(x - x_0)\,\mathrm{d}x = f(x_0). \tag{2}$$

Die neue Abart der angewandten energetischen Methode (2) wird durch folgende Bedingungsgleichung ausgedrückt:

$$W + L_e = 0, \tag{3}$$

wo W die potenzielle Verformungsenergie der Strebenkappe ist, die während eines Halbzyklus der Schwingungsbewegung gespeichert wird, und L_e ist die mechanische Arbeit, die in derselben Zeitspanne von den Aussenkräften ausgeführt wird.

3. Die Differenzialgleichung der Schwingungsbewegung. Man wird den Fall der im Abb. 1 dargestellten Strebenkappen untersucht, von Länge l, Masse der Längenmasses m, Biegefestigkeit EI_z, die verschiedene Bedingungen zur Befestigeng der Extremitäten hat und die der Einwirkung einer mobilen konzertrierten Kraft folgender Form unterzogen ist:

$$F(t) = F_0 + S\cos\Omega t, \tag{4}$$

wo F_0 die Komponente konstanter Stärke ist, während $S\cos\Omega t$ die veränderliche Komponente der mobilen Kraft ist, die eine Amplitude S und eine Pulsation Ω besitzt.

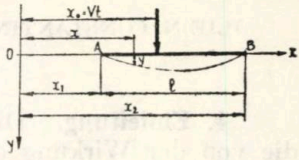


Abb. 1

Die mobile Kraft $F(t)$, die sich auf dem Strebebalken mit der konstanten Geschwindigkeit V verschiebt, kann mit Hilfe der δ-Funktion (1) unter folgender Form dargestellt werden:

$$p(x, t) = F(t)\,\delta(x - x_0), \tag{5}$$

wo $x_1 < x < x_2$, und $x_0 = Vt$.

Da die Amplitude der Schwingungsbewegung der Strebenkappe, unter Einwirkung der Kraft $F(t)$ in einem Abszissenabschnitt x gleich mit $y(x, t)$ ist, so ist der Ausdruck der Trägheitskraft der folgende:

$$p_i(x, t) = -m\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}. \tag{6}$$

Für die äussere mechanische Arbeit und für die potentielle Verformungsenergie resultieren die Ausdrücke:

$$L_e = \frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2} p(x, t)\, y(x, t)\, dx - \frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2} m\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}\, y(x, t)\, dx, \tag{7}$$

$$W = -L_i = -\frac{1}{2EI_z}\int_{x_1}^{x_2} M^2(x, t)\, dx = -\frac{EI_z}{2}\int_{x_1}^{x_2}\left[\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}\right]^2 dx, \tag{8}$$

wo $M(x, t)$ das Biegemoment in einem laufenden Abschnitt der Strebenkappe ist.

Durch Substitution von (7) und (8) in der Gleichung (3) und durch Berücksichtigung des Ausdrucks (5) erhält man:

$$EI_z \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}\right]^2 dx + m \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} y(x,t)\, dx =$$

(9)

$$= F(t) \int_{x_1}^{x_2} \delta(x - x_0) y(x,t)\, dx.$$

Durch Suchen für die Differenzialgleichung (9) der Lösung von folgender Form:

$$y(x,t) = KX(x)\, T(t) \tag{10}$$

und durch Berücksichtigung des Ausdrucks (2), resultiert die Gleichung

$$\ddot{T}(t) + \frac{EI_z}{m} \left[\frac{\int_{x_1}^{x_2} X''^2(x) dx}{\int_{x_1}^{x_2} X^2(x)\, dx} \right] T(t) = \frac{F(t)\, X(Vt)}{Km \int_{x_1}^{x_2} X^2(x) dx}, \tag{11}$$

oder

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = \eta. \tag{12}$$

Die Lösung der Differenzialgleichung (12) benötigt das Kennen der Funktion $X(x)$, die ihrerseit von den Befestigungsbedingungen der Strebenkappenextremitäten abhängt. Sind die Funktionen $X(x)$ und $T(t)$ einmal bekannt, so ergibt sich sofort auch der Ausdruck der Durchbiegung $y(x, t)$, von wo danach die kritischen Geschwindingkeiten, die im Stande sind die Erscheinung der dynamischen Instabilität hervorzurufen, erhalten werden, wobei die Bedingung gestellt wird, dass $y(x, t)$ eine unmittelbare Zeitfunktion ist.

Die Methode hat einen allgemeinen Charakter un zur Exemplifizierung wird man den Fall einer einfach gestützten Strebenkappe untersucht.

4. Die Lösung der Differenzialgleichung der Schwingungsbewegung für eine einfach gestützte Strebenkappe. Nimmt man den Stützpunkt A als Nullpunk des Bezugssystems un l wählt man für die Funktion $X(x)$ den Ausdruck:

$$X(x) = \sin \frac{\pi x}{l} \tag{13}$$

(der die folgenden Grenzbedingungen erfüllt: für $x = 0$ und $x = l$, $X(x) = X''(x) = 0$), so erhält die Differenzialgleichung (12) die folgende Form:

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = \frac{2F_0}{Kml} \sin \varepsilon t + \frac{S}{Kml} [\sin(\Omega + \varepsilon)t + \sin(\Omega - \varepsilon)t], \tag{14}$$

wo

$$\omega^2 = \frac{n^4 \pi^4}{l^4} \frac{EI_z}{m}; \qquad \varepsilon = \frac{n\pi V}{l}. \tag{15}$$

Durch Berücksichtigung der anfänglichen Bedingungen, die für die Funktion $T(t)$ folgende sind: für $t = 0$, $T(0) = \dot{T}(0) = 0$, erhält man zuletzt für die Amplitude der Schwingungsbewegung den Ausdruck:

$$\begin{aligned} y(x, t) = \frac{1}{ml} \sin \frac{n\pi x}{l} \Bigg\{ & \frac{2F_0}{\omega^2 - \varepsilon^2} \left(\sin \varepsilon t - \frac{\varepsilon}{\omega} \sin \omega t \right) + \\ & + \frac{S}{\omega^2 - (\Omega + \varepsilon)^2} \left[\sin (\Omega + \varepsilon) t - \frac{\omega + \varepsilon}{\omega} \sin \omega t \right] + \\ & + \frac{S}{\omega^2 - (\Omega - \varepsilon)^2} \left[\sin (\Omega - \varepsilon) t - \frac{\Omega - \varepsilon}{\omega} \sin \omega t \right] \Bigg\}, \end{aligned} \tag{16}$$

in dem der Nenner jeder der drei Glieder annulliert wird, bzw. für eine der Bedingungen:

$$\omega^2 - \varepsilon^2 = 0; \quad \omega^2 - (\Omega + \varepsilon)^2 = 0; \quad \omega^2 - (\Omega - \varepsilon)^2 = 0. \tag{17}$$

Nach Aufhebung der Unbestimmtheit, die von einer dieser Bedingungen hervorgerufen wird, erhält man, zum Beispiel für $\omega = \varepsilon$:

$$\begin{aligned} y(x, t) = \frac{1}{ml} \sin \frac{n\pi x}{l} \Bigg\{ & \frac{F_0}{\varepsilon^2} (\sin \varepsilon t - \varepsilon t \cos \varepsilon t) + \\ & + \frac{S}{\omega^2 - (\Omega + \varepsilon)^2} \left[\sin (\Omega + \varepsilon) t - \frac{\Omega + \varepsilon}{\omega} \sin \omega t \right] + \\ & + \frac{S}{\omega^2 - (\Omega - \varepsilon)^2} \left[\sin (\Omega - \varepsilon) t - \frac{\Omega - \varepsilon}{\omega} \sin \omega t \right] \Bigg\}. \end{aligned} \tag{18}$$

Der Ausdruck (18) der Amplitude $y(x, t)$, sowie die gemäss den Bedingungen $\omega^2 - (\Omega + \varepsilon)^2 = 0$ und $\omega^2 - (\Omega - \varepsilon)^2 = 0$ erhaltenen Ausdrücke beweisen, dass $y(x, t)$ eine unmittelbare Zeitfunktion ist und somit dass die Erscheinung der dynamischen Instabilität jedes mal hervorgerufen wird, wenn eine der Bedingungen (17) erfüllt ist.

Durch Substitution der Beziehungen (15) in den Gleichungen (17) werden folgende Ausdrücke für die kritischen Verschiebungsgeschwindigkeiten der mobilen Kraft $F(t)$ erhalten, die im Stande ist die Erscheinung der dynamischen Instabilität hervorzurufen:

$$\begin{aligned} V_{cn} &= \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{EI_z}{m}}, \qquad V^*_{cn} = \frac{n\pi}{l} \left(\sqrt{\frac{EI_z}{m}} - \frac{l^2 \Omega}{n^2 \pi^2} \right), \\ V^{**}_{cn} &= \frac{n\pi}{l} \left(\frac{l^2 \Omega}{n^2 \pi^2} - \sqrt{\frac{EI_z}{m}} \right), \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \end{aligned} \tag{19}$$

Die kritischen Mindestgeschwindigkeiten werden in allen Fällen für $n = 1$ erhalten.

Aus den letzten zwei Bedingungen (17) können die kritischen Pulsationen Ω der veränderlichen Komponente der mobilen Kraft erhalten werden, die gleichfalls im Stande ist die Erscheinung der dynamischen Instabilität hervorzurufen, dessen Mindestwerte gleichfalls (für $n = 1$) erhalten werden.

Durch Aufzeichnung mit f_{st} der statischen Durchbiegung aus dem Medianabschnitt der Strebenkappe, die von der Kraft F_0 hervorgerufen ist, wenn diese in dem betreffenden Abschnitt einwirkt, und mit ω_0 bzw. ε_0 die Mindestwerte der Ausdrücke (15) (für $n = 1$) un durch Berücksichtigun der Tatsache, dass:

$$\frac{2F_0}{ml\omega_0^2} = \frac{2F_0}{ml\dfrac{\pi^4 EI_z}{ml^4}} = \frac{F_0 l^3}{48EI_z} = f_{st};$$

$$\text{(20)} \quad \frac{\varepsilon_0}{\omega_0} = \frac{\dfrac{\pi V}{l}}{\dfrac{\pi^2}{l^2}\sqrt{\dfrac{EI_z}{m}}} = \frac{V}{V_{c_{min}}} = \nu; \quad \varepsilon_0 t = \frac{\pi V t}{l} = \frac{\pi x_0}{l} = \pi\xi \left(\text{mit } \xi = \frac{x_0}{l}\right);$$

$$\frac{S}{2F_0} = \alpha; \quad \frac{\Omega}{\omega_0} = \mu; \quad \frac{\Omega}{\varepsilon_0} = \frac{\Omega}{\nu\omega_0} = \frac{\mu}{\nu}.$$

Aus den Beziehungen (16), (18) und aus denen, die dem Ausdruck (18) analog sind, der den letzten zwei Bedingungen (17) entspricht, in denen $n = 1$ angenommen wird, werden die Ausdrücke der Durchbiegungen im Abschnitt von der Mitte der Strebenkappenspannweite hergeleitet, für

$$\text{(21)} \quad V \neq V_c; \quad V = V_{c_{min}}; \quad V = V^*_{c_{min}}; \quad V = V^{**}_{c_{min}}.$$

Derart, für $V \neq V_c$ ist der erhaltene Ausdruck der folgende:

$$\text{(22)} \quad \begin{aligned} y_{l/2}(\xi) = f_{st}\Bigg\{ & \frac{1}{1-\nu^2}\left(\sin\pi\xi - \nu\sin\frac{\pi}{\nu}\xi\right) + \\ & + \frac{\alpha}{1-(\mu+\nu)^2}\left[\sin(\mu+\nu)\frac{\pi}{\nu}\xi - (\mu+\nu)\sin\frac{\pi}{\nu}\xi\right] + \\ & + \frac{\alpha}{1-(\mu-\nu)^2}\left[\sin(\mu-\nu)\frac{\pi}{\nu}\xi - (\mu-\nu)\sin\frac{\pi}{\nu}\xi\right]\Bigg\}. \end{aligned}$$

Da der dynamische Koeffizient von dem Verhältniss zwischen der maximalen dynamischen Durchbiegung (die von der Wirkung der dynamischen Kraft hervorgerufen wird) und der maximalen statischen Durchbiegung f_{st} bestimmt wird, nämlich:

$$\text{(23)} \quad \psi_{l/2}(\xi) = \frac{y_{l/2}(\xi)}{f_{st}}$$

ergibt sich, dass die Ausdrücke dieses Koeffizientes sofort aus den Beziehungen (22) und aus den analogen Beziehungen, die den Bedingungen (21) entsprechen, in denen man $f_{st} = 1$ annimmt, sofort erhalten werden.

Falls die veränderliche Komponente der mobilen Kraft fehlt, so wird $S = 0$ und folglich $\alpha = 0$. In diesem Falle erhält man für den dynamischen Koeffizient die Ausdrücke:

(24) für $V \neq V_{c_{min}}$: $\psi_{l/2}(\xi) = \frac{1}{1-\nu^2}\left(\sin \pi\xi - \nu \sin \frac{\pi}{\nu}\xi\right)$;

(25) für $V = V_{c_{min}}$: $\psi_{l/2}(\xi) = \frac{1}{2}(\sin \pi\xi - \pi\xi \cos \pi\xi)$;

wobei

(26) $$V_{c_{min}} = \frac{\pi}{l}\sqrt{\frac{EI_z}{m}} = \frac{l}{\pi}\omega_0.$$

In Abb. 2 wurden die Ausdrücke (24) und (25) in Abhängigkeit von der Stellung der Kraft auf der Strebenkappe graphisch dargestellt, für den Fall in dem ν mit 0,2; 0,5; 1,0 und 1,5 gleich ist, also für Geschwindigkeiten die kleiner, gleich oder grösser als die kritische Geschwindigkeit $V_{c_{min}}$ sind.

Wenn man mit $\Delta\xi$ die Differenz zwischen den Abszissen zweier aufeinanderfolgenden Maxima bezeichnet und wenn man beobachtet, dass die Zeitspanne Δt zwischen diesen Maxima:

(27) $$\Delta t = \frac{l\,\Delta\xi}{V} = \frac{l\Delta\xi}{\nu V_{c_{min}}} = \frac{\Delta\xi}{\nu}\frac{l^2}{\pi\sqrt{EI_z/m}} = \frac{\Delta\xi}{\nu}\frac{\pi}{\omega_0}$$

die Periode T_ν der Schwingungsbewegung der Strebenkappe darstellt, so kann die Pulsation ω_ν der betreffenden Schwingung nach folgender Beziehung berechnet werden:

(28) $$\omega_\nu = \frac{2\pi}{T_\nu} = \frac{2\pi}{\Delta t} = \frac{2\nu}{\Delta\xi}\omega_0,$$

wo: ω_0 die Pulsation der freien Schwingungen der Strebenkappe ist.

Falls die Amplitude der mobilen Kraft veränderlich ist (also $\alpha \neq 0$ und $\mu \neq 0$), so wird das Veränderungsgesetz des dynamischen Koeffizienten vom Ausdruck (23) gegeben, in dem die Ausdrücke der Art (22) substituiert werden, die für alle Bedingungen (21) berechnet sind.

Nimmt man aufeinanderfolgend das Verhältnis α gleich mit 0,1; 0,5 und 1,0 (was den Fällen entsprich wenn S mit $0{,}2\,F_0$, F_0 und $2F_0$ gleich ist), sowie das Verhältnis μ gleich mit 0,2; 0,5; 0,7 und 1,5 (entsprechend für die Fälle in denen Ω mit $0{,}2\,\omega_0$; $0{,}5\,\omega_0$; $0{,}7\,\omega_0$ und $1{,}5\,\omega_0$ gleich ist), so erhält man die entsprechenden Kurven, die das Veränderungsgesetz des dynamischen Koeffizzienten bzw. der dynamischen Durchbiegung aus dem Medianabschnitt der Strebenkappe in Abhängigkeit von der Stellung der Kraft auf der Strebenkappe und von den Verhältnissen α und μ darstellen, wenn das Verhältnis ν Werte die gleich mit 0,2; 0,5; 1,0 und 1,5 sind, annimmt (bzw. wenn V gleich mit $0{,}2\,V_{c_{min}}$; $V_{c_{min}}$; $1{,}0\,V_{c_{min}}$; und $1{,}5\,V_{c_{min}}$ ist). Diese Kurven sind in den Abb. 3, 4 und 5 dargestellt.

Man stellt fest, dass unabhängig von den Werten die α und μ annehmen, die den vier Werten der Verschiebungsgeschwindigkeit der Kraft auf der Strebenkappe entsprechenden Kurven den selben Verlauf mit den in Abb. 2 dargestellten Kurven haben (für $\mu = \alpha = 0$). Man stellt fest,

dass für $V < V_{c_{min}}$ die Strebenkappe in Schwingung kommt, während für $V = V_{c_{min}}$ und $V > V_{c_{min}}$ die Verformungen kontinuierlich anwachsen und Höchstwerte beim Austritt der Kraft von der Strebenkappe erwichen. Die Höchstwerte, die sich gleichzeitig mit der Veränderung der Verhältnisse α un μ sehr wenig verändern, sind um so kleiner, um so grosser V als $V_{c_{min}}$ ist.

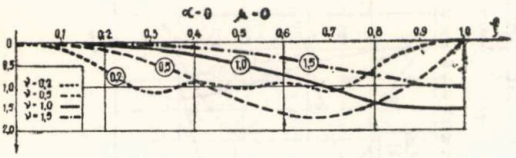


Abb. 2

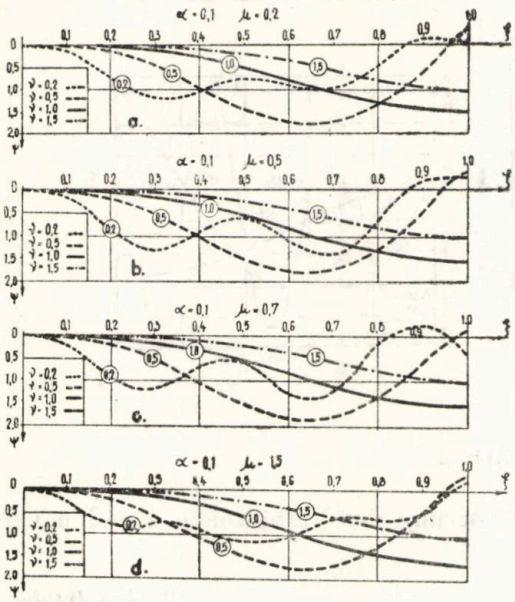


Abb. 3

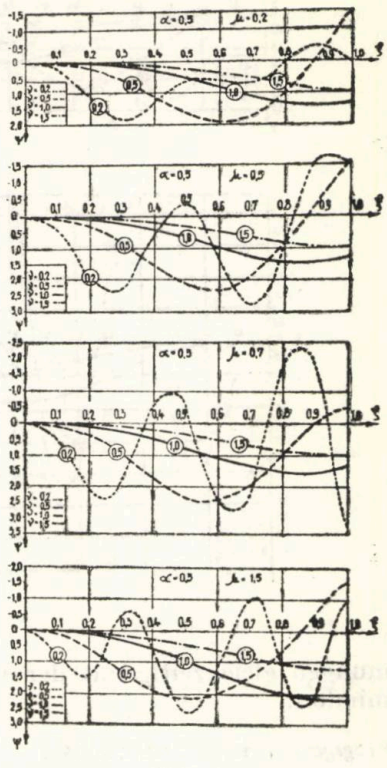


Abb. 4

Auf Grund der erhaltenen Schaubildern kann man die Schlussfolgerung ziehen, das für $\alpha < 1$ (also wenn $S < 2F_0$) und $\mu < 1$ (bzw. für $\Omega < \omega_0$) die Verschiebungsgeschwindigkeiten, die die kritische Geschwindigkeit ($V_{c_{min}}$) unterschreiten, die grösste Gefahr für die Stabilität der Strebenkappe darstellen, da die Strebenkappe die Tendenz zur Schwingung mit einer Pulsation zeigt, dessen Wert nahe der Pulsation der freien Schwingungen liegt (oder die Hälfte dieser Pulsation ausmacht), was zur Erscheinung der Resonanz führt, Tatsache wegen der die Verformungen grössere Werte erreichen als die, die von den kritischen Geschwindigkeiten hervorgerufen werden. Nur im Falle in dem $\alpha > 1$ und $\mu > 1$ werden die kritischen Geschwindigkeiten gefährlicher als die unterkritischen Geschwindigkeiten, da für die kritischen Geschwindigkeiten die Verformungen

gleichzeitig mit die Vergrösserung der Verhältnisse α und μ anwachsen, während für die unterkritischen Geschwindigkeiten die Einschwingungstendenz der Strebenkappe gedämpft wird und sich folglich die Verfor-

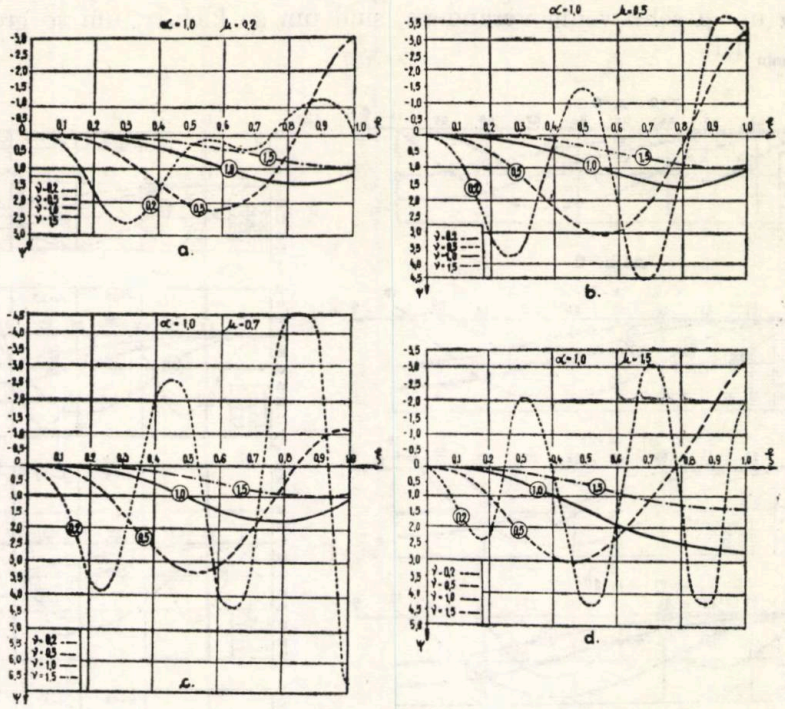


Abb. 5

mungen gleichzeitig mit der Vergrösserung der Verhältnisse α und μ vermindern.

Eingegangen am 22. Oktober 1977

Bergbau Institut,
Petroşani

LITERATURVERZEICHNIS

1. Constantinescu N. I., *Aplicaţii ale teoriei distribuţiilor în mecanică şi rezistenţa materialelor.* Bul. şt. Inst. Pedagogic Constanţa, 21—30 (1973).
2. Constantinescu N. I., *Vibraţiile de răsucire ale barelor cu mase adiţionale concentrate.* Kniznice odbornych a vedeckych spisu vysokeho uceni technickeno v Brne Rocnik, svazek B—*38*, Fakulta strojni, 9—15 (1973).
3. Constantinescu N. I., *Vibraţiile transversale ale firelor cu mase adiţionale concentrate.* Bul. şt. Ins. de construcţii Buc., 45—53 (1972).
4. Popescu N. D., *Determinarea frecvenţei vibraţiilor proprii la bare, folosind o nouă formă a metodei energetice.* Standardizarea, 17, *2*, 86—90 (1965).
5. Prokofiev I. P., Smirnov A. F., *Statica construcţiilor* (trad. din l. rusă). Vol. III, partea *II*, OPED—CFR, Bucureşti, pp. 143—259, 1951.
6. Timoshenko S. P., Gere I. M., *Teoria stabilităţii elastice* (trad. din l. engleză). Ed. tehn., Buc., pp. 59—172, 1967.

VIBRAȚIILE GRINZILOR DREPTE SUB ACȚIUNEA UNEI FORȚE MOBILE DE INTENSITATE VARIABILĂ

(Rezumat)

Se consideră o grindă solicitată de o forță mobilă a cărei intensitate variază în timp după legea $F(t) = F_0 + S \cos \Omega t$ (unde F_0 este componenta statică a forței, S și Ω fiind amplitudinea și respectiv pulsația componentei variabile a forței) și se studiază mișcarea de vibrație a acestei grinzi atunci cînd variază rapoartele $\alpha = S/(2F_0)$, $\mu = \Omega/\omega_0$ și $v_{min} = V/V_{cmin}$ (unde ω_0 este pulsația vibrațiilor libere a grinzii, V este viteza de deplasare a forței pe grindă, iar V_{cmin} este viteza critică minimă, corespunzătoare cazului cînd amplitudinea mișcării de vibrație este o funcție directă de timp).

Se constată că atunci cînd $\alpha < 1$ și $\mu < 1$, vitezele de deplasare subcritice prezintă cel mai mare pericol pentru stabilitatea grinzii, deoarece grinda are tendința de a intra în vibrație cu o pulsație de valoare apropiată de pulsația vibrațiilor libere (sau de jumătatea acestei pulsații), ceea ce duce la apariția fenomenului de rezonanță. Numai în cazul că $\alpha > 1$ și $\mu > 1$, vitezele critice devin mai periculoase decît cele subcritice, înregistrîndu-se o creștere mai mare a deformațiilor, odată cu mărirea rapoartelor α și μ, în timp ce pentru vitezele subcritice tendința de intrare în vibrație a grinzii se atenuează și în consecință deformațiile scad odată cu creșterea lui α și μ.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 534.01 ; 624.074

SOME PROBLEMS RELATED TO FREE VIBRATIONS OF FINITE CYLINDRICAL SHELLS

BY

D. H. VAN CAMPEN and H. WEPPELINK

1. Introduction. The calculation of the free vibrations of circular cylindrical shells of finite length has been of interest to engineers and scientists for a long time. Several years ago this interest reached a new height in aerospace industry and today the vibration characteristics of fluid-shell systems are of particular interest in nuclear technology.

An excellent survey and discussion of the literature on the free vibration problem of cylindrical shells without fluid has been given by Leissa [1]. In Sec. **2** of the present paper a simple and accurate approach is outlined, based on a Rayleigh-Ritz procedure and utilizing a series of coupled beam functions. In addition, a computational method is proposed for accounting the influence of geometrical imperfections.

The free vibrations of a finite circular cylindrical shell with an originally motionless fluid have been treated a.o. by Berry and Reissner [2], Bentley and Firth [3], Chen [4] (internal fluid column) and by Levin and Milan [5] and Van Campen and Huêtink [6] (external fluid gap). The studies in [2], [3], [4] and [5] are restricted to so-called shear diaphragm boundary conditions at both ends of the shell, thus considering only travelling waves of goniometrical form in the axial direction of the shell. The influence of different boundary conditions, such as e.g. occuring for a clamped-free shell is accounted for in [6]. The computational model of [6] has been revised by the present authors [7] to overcome numerical difficulties which could sometimes occur and resulted from negative added fluid masses.

In the modified fluid-shell model, shown in Fig. 1, a rigid cylinder with the same radius as the outer radius of the inner shell is added to each side of the cylindrical shell and a series of travelling waves in the axial direction is created, the sum of which satisfies the desired boundary conditions for the cylindrical shell and the condition of zero displacement for the rigid cylinders.

Sec. **3** of the present paper summarizes the main features of the above computational method and, in addition pays some attention to a method for calculating the influence of eccentricity of a cylindrical shell with respect to a surrounding cylinder.

2. Free Vibration of Finite Cylindrical Shells without Fluid. The most important cylindrical shell notations are visualized in Fig. 1. The solution for the displacements has to be periodically with respect to the dimensionless circumferential coordinate β and therefore is written as follows

$$(1)\quad u = U_n(\alpha)\cos n\beta\, e^{i\omega_n t}, \qquad v = V_n(\alpha)\sin n\beta\, e^{i\omega_n t}, \qquad w = W_n(\alpha)\cos n\beta\, e^{i\omega_n t},$$

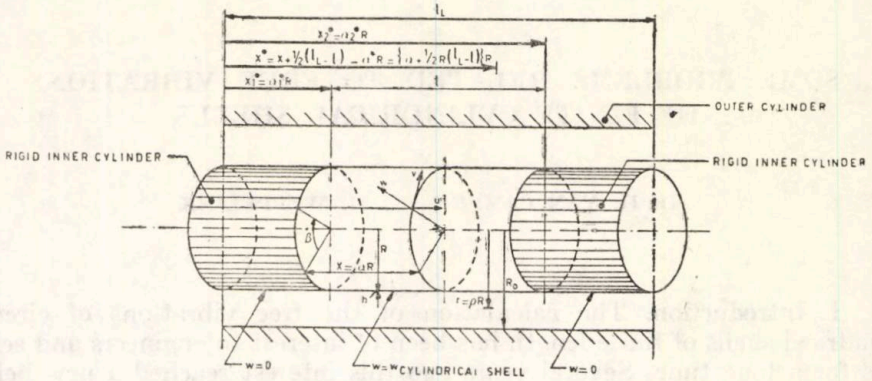


Fig. 1. — Revised mechanical model for free vibration of a coupled fluid/shell system.

where $U_n(\alpha)$, $V_n(\alpha)$ and $W_n(\alpha)$ are unknown functions of the dimensionless axial coordinate $\alpha = x/R$, whereas ω_n is an unknown frequency and t denotes the time. The α dependent displacement functions are choosen as

$$(2)\quad U_n(\alpha) = \sum_{m=1}^{M} A_{1m}\, X'(u_m \alpha), \qquad V_n(\alpha) = \sum_{m=1}^{M} A_{2m}\, X_m(u_m \alpha),$$
$$W_n(\alpha) = \sum_{m=1}^{M} A_{3m}\, X_m(u_m \alpha),$$

where A_{im} $(i = 1, 2, 3;\ m = 1,..., M)$ are unknown amplitude coefficients, while $X_m(u_m \alpha)$ is the m^{th} eigenfunction of a free transverse vibrating beam with the same length, having similar boundary conditions. u_m is the leading parameter occurring in the characteristic equation for beam, whereas an accent denotes a differentiation with respect to α.

The displacement solutions (1) and (2) are substituted into the virtual work equation for the shell, which is based on a modified energy functional for thin, elastic, homogeneous and isotropic cylindrical shells as proposed by K o i t e r [8]. From the resulting equations the following linear algebraic equations for A_{jm} can be derived

$$(3)\quad \sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{3} [D_{ij}^{km} - \delta_{ij}\, D_i^{km}\, \Omega_n^2]\, A_{jm} = 0 \qquad (i = 1, 2, 3;\ k = 1, 2,..., M),$$

where the coefficients D_{ij}^{km} and D_i^{km} depend on n, Poisson's ratio ν, the ratio h/R and the integrals

$$(4)\quad \int_0^{1/R} X_k\, X_m\, d\alpha, \qquad \int_0^{1/R} X_k' X_m'\, d\alpha, \qquad \int_0^{1/R} X_k'' X\, d\alpha,$$

while $\delta_{ij} = 1$ if $i = j$ and 0 if $i \neq j$ and $\Omega_n^2 = \frac{1-\nu^2}{E} \rho_s^2 R^2 \omega_n^2$, E being Young's modulus and ρ_s the specific mass of the shell.

For non-trivial solutions, the determinant of the coefficients, resulting from Eqs. (3) has to be set equal to zero. As a result, a $3M^{\text{th}}$ order characteristic equation for Ω_n^2 is obtained. The above result differs from the solutions used commonly in the literature in that a coupling effect between the different beam functions is accounted for. The numerical consequences of this effect are given in Table 1 for the clamped-free cylindrical shell investigated in the authors' laboratory. It is concluded that the case $M = 2$ satisfies for most practical purposes from the computational point of view.

Table 1

Lowest experimental and theoretical frequencies (cps.) for a clamped-free schell

$1/R = 3.16$, $R/h = 117$, $h = 0.002$ m, $E = 2.1 \times 9{,}81 \times 10^{10}$ N/m^2, $\rho_s = 7\,850$ kg/m^3, $\nu = 0.3$

n	Experimental	Theoretical		
		$M = 1$; $m = 1$	$M = 2$; $m = 1, 2$	$M = 3$; $m = 1, 2, 3$
1	—	650	582	577
2	213	261	247	246
3	137	147	144	143
4	148	153	152	152
5	215	219	218	218
6	309	313	313	313
7	422	428	428	428
8	553	561	561	561

As can be seen in Table 1 no experimental frequency has been found for $n = 1$. At the next to the lowest frequencies (not presented in the table) no experimental values have been found for $n = 1$ and $n = 2$. This phenomenon of not finding experimental frequencies at low n values can be observed systematically in the literature (see e.g. Leissa [1]) and no explanation has yet been given for it.

In an attempt to find an explanation the authors of the present paper are currently investigating the influence of geometrical imperfections on the vibrations of a cylindrical shell. To this purpose the radius of the cylindrical shell midsurface is expressed in a double Fourier series

$$(5) \quad r(\alpha, \beta) = R\left[1 + \sum_{j=0}^{J} \sum_{m=0}^{M} \cos\left(j\pi \frac{R}{L} \alpha\right) \{\xi_{jm} \cos m\beta + \eta_{jm} \sin m\beta\}\right].$$

This expression is substituted into the virtual work equation for a general thin elastic shell in tensorial form (see e.g. Koiter [9]). The resulting equation is kept linear in the Fourier coefficients ξ_{jm} and η_{jm}, consequently only allowing for small imperfections satisfying the condition

$$(6) \quad \sum_{j=0}^{T} \sum_{m=0}^{M} [\,|\,\xi_{jm}\,| + |\,\eta_{jm}\,|\,] \ll 1.$$

The first numerical results obtained recently by the second author [10] indicate that a strong coupling between the vibration modes for the perfect shell occurs already for small values of the imperfection parameters.

3. The Influence of an Incompressible Fluid for a Shell without Imperfections. The fluid is assumed to be inviscid, rotation-free, incompressible and non-heat-conducting. A velocity potential Φ is introduced for the disturbed fluid motion, satisfying the boundary condition

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \rho}\right)_{\rho=1} = R\frac{\partial w}{\partial t} + U_L\frac{\partial w}{\partial x} \tag{7}$$

at the cylindrical shell, U_L being the steady flow velocity in the axial direction and ρ the dimensionless radial coordinate r/R. Utilizing the model of Fig. 1, the radial shell displacement w is developed in a Fourier sine series with respect to α^*. This results in the following modified boundary condition

$$\left(\frac{\partial \Phi_n}{\partial \rho}\right)_{\rho=1} = \sum_{j=1}^{\infty} \sin\frac{j\pi R\alpha^*}{l_L} \sum_{m=1}^{M} A_{3m}\frac{2R}{l_L}(Ri\omega_n A^*_{jm} + U_L B^*_{jm}), \tag{8}$$

where

$$A^*_{jm} = \int_{\alpha_1^*}^{\alpha_2^*} X_m \sin\frac{j\pi R\alpha^*}{l_L}\,d\alpha^*; \quad B^*_{jm} = \int_{\alpha_1^*}^{\alpha_2^*} X'_m \sin\frac{j\pi R\alpha^*}{l_L}\,d\alpha^*. \tag{9}$$

For given values of j, m and R/l_L and for given boundary conditions for the inner cylindrical shell at α_1^* and α_2^*, the integrals A^*_{jm} and B^*_{jm} can be evaluated numerically.

The basic solution of the Laplace equation for Φ in a form similar to (1) has to satisfy the above boundary condition and the well-known boundary condition at the rigid outer cylinder (see e.g. [7]). This yields the final solution for Φ. Now the pressure p due to the disturbed fluid motion can be obtained by linearizing Brenoulli's equations with respect to Φ

$$p = -\rho_L\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + U_L\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\right), \tag{10}$$

where ρ_L is the specific mass of the fluid.

The influence of the fluid on the free vibrations of the shell can be established by assessing the virtual work of the pressure p at the shell surface and adding the result to the right-hand side of the virtual work equation for the shell. The linear equations for A_{jm} resulting from the extended virtual work equation can be written in matrix form as follows

$$(\mathsf{S} + \mathsf{S}^* + i\Omega_n \mathsf{B} - \Omega_n^2(\mathsf{M} + \mathsf{M}^*))\,\mathsf{a} = \mathsf{0}, \tag{11}$$

where the matrices S^*, B and M^* discount the influence of the fluid. In the notation of Eqs. (3) the matrices S^*, B and M^* have only non-zero elements at positions corresponding with the elements D_{33}^{km}.

Once formulated, the matrix equation (11) can be solved in a very straight-forward way both for the problem without axial steady flow and for the case $U_L \neq 0$. It is shown in [7] that, for the latter case the above computational method yields reliable results and is much easier for practical use by engineers than an alternative method developed by P a ï - d o u s i s and D e n i s e [11] which relies on a numerical evaluation of the complete infinite series solution of the equations of motion for the shell.

Supplementary to the above computational method the influence of eccentricity of the inner cylinder with respect to the outher cylinder is currently under investigation in the authors' laboratory. Some additional notations for this purpose are shown in Fig. 2. The basic characteristic of this investigation consists of transforming the velocity potential for the fluid from the (r_1, θ_1) coordinate system to the (r_2, θ) system by applying the following addition theorems for the modified Bessel functions I_n and K_n (see e.g. W a t s o n [12]):

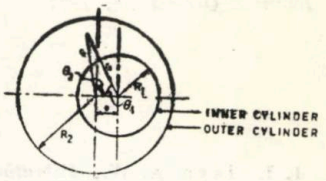


Fig. 2. — Notations for the case of eccentricity.

$$(12) \quad I_n\left(k\frac{r_1}{R_1}\right)\cos n\theta_1 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} I_{m+n}\left(k\frac{r_2}{R_1}\right) I_m\left(k\frac{e}{R_1}\right)(-1)^{n+m}\cos(n+m)\,\theta_2,$$

$$(13) \quad K_n\left(k\frac{r_1}{R_1}\right)\cos n\theta_1 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{m+n}\left(k\frac{r_2}{R_1}\right) I_m\left(k\frac{e}{R_1}\right)(-1)^{n}\cos(n+m)\,\theta_2.$$

These expressions introduce a coupling effect between the different n-values. For the case $U_L = 0$ the method has been worked out in the authors' laboratory [13]. Some numerical results for a particular case are shown in Table 2

Table 2

Lowest frequencies (cps.) for two flexible eccentric cylinders
$1/R_1 = 4.13$, $R_1/h_1 = 107$, $h_1 = 0.005$ m, $1/R_2 = 3.52$, $R/h_2 = 15.6$, $h_2 = 0.040$ m,
$E = 1.599 \times 10^{11}$ N/m^2, $\nu = 0.3$, $\rho_c = 7850$ kg/m^3, $\rho_L = 836$ kg/m^3

n	$\frac{e}{R}$					
	0.00	0.01	0.03	0.05	0.07	0.09
0	—	91.4	91.4	—	91.4	91.5
1	35,3	35.5	35.3	34.9	34.4	—
2	17.9	17.9	17.9	17.8	—	16.2, 33.7
3	15.6	15.4	14.8	13.7	11.5, 17.4	7.0, 21.1
4	26.3	26.0	25.8	25.1	23.9	—
5	46.5	46.1	45.6	44.4	42.1	36.6
6	74.7	73.9	73.1	71.4	68.0	60.6
7	110.4	109.1	108.1	105.9	101.5	93.6
8	153.4	151.7	150.6	148.0	143.5	137.4
9	203.8	201.7	200.5	198.4	195.8	193.2
10	261.5	259.1	259.2	259.4	259.7	260.0

4. Conclusion. It is remarked that the computational methods described above are planned to serve as a basis for an investigation on flow-induced instabilities of a group of flexible cylinders in axial flow. It has been shown recently by Païdoussis and Suss [14] for the case that those cylinders are considered as beams that instability boundaries with respect to phenomena as flutter are reduced considerably by the mutual interaction between the cylinders.

Received October 26, 1977

Twente University of Technology,
Laboratory of Engineering Mechanics and
Department of Mechanical Engineering,
Enschede, The Netherlands

REFERENCES

1. Leissa A. W., *Vibration of Shells.* Rep. NASA, SP—*288*, 1973.
2. Berry J. G., Reissner E., *The Effect of Internal Compressible Fluid Column on the Breathing Vibrations of a Thin Presurized Cylindrical Shell.* J. Aeronaut. Sci., 288—294 (May 1958).
3. Bentley P. G., Firth D., *Acoustically Excited Vibrations in a Liquid-Filled Cylindrical Tank.* J. of Sound and Vibration, **19**, *2*, 179—191 (1971).
4. Chen S. S., *Free Vibration of a Coupled Fluid/Structural System.* J. of Sound and Vibration, **21**, *4*, 387—398 (1972).
5. Levin L., Milan D., *Coupled Breathing Vibrations of Two Thin Cylindrical Coaxial Shells in Fluid.* Paper *616*, Proc. Symp. Vibration Problems in Industry, Keswick, 1973.
6. Van Campen D. H., Huêtink J., *Free Vibration of Finite Cylindrical Shells by the Variational Method.* Paper F 8/*4*, Trans. 3rd Int. Conf. on Struct. Mech. in Reactor Technology, London, Sept. 1975.
7. Van Campen D. H., Gortemaker P. C. M., Weppelink H., *Influence of Axial Flow on Vibration Behaviour of Finite Cylindrical Shells.* Paper B 3/*3*, Trans. 4th Int. Conf. on Struct. Mech. in Reactor Technology, San Francisco, August 1977.
8. Mangelsdorf C. P., *Koiter's Modified Energy Functional for Circular Cylindrical Shells.* AIAA Journal, **9**, *10*, 2089—2099 (Oct. 1971).
9. Koiter W. T., *On the Mathematical Foundation of Shell Theory.* Int. Congr. Math., Nice, Tom **3**, pp. 123—130, 1970.
10. Weppelink H., *Theoretical and Experimental Investigation on Free Vibrations of Circular Cylindrical Shells with Arbitrary Imperfections* (in Dutch). Rep. WB/*31*/**77**, Dept. Mech. Eng., Twente Univ. Techn., August 1977.
11. Païdoussis M. P., Denise J. P., *Flutter of Thin Cylindrical Shells Conveying Fluid.* J. of Sound and Vibrations, 20, *1*, 9—26 (1972).
12. Watson G. N., *A Treatise on the Theory of Bessel Functions.* Cambridge Univ. Press, pp. 358—362, 1944.
13. Kerstens J. G. M., *Calculations of Natural Frequencies of Two Flexible Concentric and Two Flexible Eccentric Cylinders with an Intermediate Fluid* (in Dutch). Rep. WB/TM—*D76*—12, Dept. Mech. Eng., June 1976.
14. Païdoussis M. P., Suss S., *Flow-Induced Instabilities of Clusters of Flexible Cylinders in Axial Flow Contained in a Cylindrical Channel.* Paper B 3/*4*, Trans. 4th Int. Conf. on Struct. Mech. in Reactor Technology, San Francisco, August 1977.

UNELE PROBLEME ASUPRA VIBRAŢIILOR LIBERE ALE PÎNZELOR CILINDRICE FINITE

(Rezumat)

Se expune o metodă de calcul, bazată pe cea a lui Ritz-Rayleigh, pentru determinarea vibraţiilor libere ale pînzelor cilindrice finite şi subţiri, scufundate într-un fluid în mişcare cu o viteză axială constantă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 531.13 : 515.1

UTILIZAREA MIJLOACELOR GEOMETRIEI DESCRIPTIVE ÎN CINEMATICA RIGIDULUI

II. CONSTRUCȚIA GRAFICĂ A CÎMPULUI VITEZELOR

DE

ALFRED BRAIER și ANETA BRAIER

1. Repartiția vitezelor punctelor unui rigid este complet determinată în fiecare moment cînd se cunosc vitezele a trei puncte distincte. Expresiile invarianților cîmpului în acest caz s-au stabilit în [1] iar de curînd în [2] s-a arătat că utilizarea directă a procedeelor curente ale geometriei descriptive permite determinarea prin construcții grafice adecvate a acestor invarianți precum și a axei mișcării elicoidale instantanee, indicîndu-se și construcția grafică care pe această bază conduce la obținerea vitezei unui punct arbitrar al rigidului.

În lucrarea de față se indică alte posibilități de utilizare a proprietăților geometrice specifice cîmpului vitezelor unui rigid, care conduc la construcții grafice simple, în epură, a vitezei unui punct arbitrar al rigidului. Viteza rezultă direct prin prelucrarea grafică a informației conținută în vitezele cunoscute a trei puncte necoliniare ale mobilului, fără determinarea prealabilă a invarianților cîmpului.

Construcțiile care rezultă utilizează sistematic două dintre proprietățile cu caracter geometric, specifice cîmpului vitezelor unui rigid și anume [3] :

1. Dacă un număr de puncte ale rigidului sînt coliniare, proiecțiile vitezelor lor pe dreapta respectivă sînt în fiecare moment egale între ele (este evident că pentru drepte paralele cu un plan de proiecție, respectivele proiecții egale ale vitezelor apar în adevărată mărime pe acest plan).

2. Dacă un număr de puncte ale rigidului sînt coliniare, extremitățile vitezelor lor, construite toate la aceeași scară grafică, sînt în fiecare moment de asemenea coliniare ; pe această nouă dreaptă, rapoartele determinate de extremitățile vitezelor coincid cu cele în care se găsesc punctele respective coliniare ale rigidului (este evident că proprietatea se păstrează prin proiecție pe un plan arbitrar).

Vitezele punctelor rigidului sînt date de

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}, \tag{1}$$

în care $\vec{v}_0$ este viteza unui punct O, $\vec{\omega}$ — viteza unghiulară instantanee iar $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ (M punctul curent de viteză $\vec{v}$) ; din (1) rezultă imediat

$$\vec{v} \cdot \vec{r} = \vec{v}_0 \cdot \vec{r}, \tag{2}$$

adică egalitatea proiecțiilor vitezelor punctelor O și M pe dreapta determinată de aceste puncte.

Dacă M, N, P sînt trei puncte coliniare ($\overrightarrow{MN} = \lambda \overrightarrow{NP}$) și M_1, N_1, P_1 extremitățile vitezelor lor, construite la aceeași scară grafică,

$$\vec{r}_{M_1} = \vec{r}_M + \mu \vec{v}_M, \quad \vec{r}_{N_1} = \vec{r}_N + \mu \vec{v}_N, \quad \vec{r}_{P_1} = \vec{r}_P + \mu \vec{v}_P, \tag{3}$$

cu μ factorul de scară. Ținînd seama de (1) și de faptul că

$$\overrightarrow{MN} = \vec{r}_N - \vec{r}_M, \quad \overrightarrow{NP} = \vec{r}_P - \vec{r}_N, \quad \overrightarrow{M_1N_1} = \vec{r}_{N_1} - \vec{r}_{M_1}, \quad \overrightarrow{N_1P_1} = \vec{r}_{P_1} - \vec{r}_{N_1},$$

se obține rezultatul menționat, anume

$$\text{dacă } \overrightarrow{MN} = \lambda \overrightarrow{NP}, \text{ atunci } \overrightarrow{M_1N_1} = \lambda \overrightarrow{N_1P_1}. \tag{4}$$

Dreptele determinate de M, N, P și respectiv de M_1, N_1, P_1 sînt în general necoplanare.

În cele ce urmează se arată că aceste două proprietăți ale repartiției vitezelor, traduse în construcții grafice adecvate în epură, permit obținerea vitezei unui punct al rigidului, după ce în prealabil s-au construit vitezele unor puncte convenabil alese în planul determinat de punctele ale căror viteze, date, fixează repartiția. Astfel de situații pot fi întîlnite în cinematica mecanismelor spațiale.

2. Fie dată repartiția vitezelor prin impunerea vitezelor a trei puncte necoliniare A, B, C. Vectorul viteză $\vec{v}_M$ al unui punct M se reprezintă prin proiecțiile sale ($\vec{v}_m$, $\vec{v}'_m$) pe planele de proiecție, segmente orientate cu originea în punctul (m, m'). În [1] s-a considerat cazul cînd este dat vectorul $\vec{v}_A$, direcția vitezei punctului B și intensitatea vitezei lui C; cele trei viteze s-au determinat complet în epură pe baza proprietății 1.1, după ce s-a ales planul determinat de puncte drept plan de nivel, astfel că proiecțiile vitezelor pe laturile respective ale triunghiului *abc* apăreau în adevărată mărime. În cele ce urmează se utilizează pentru exemplificare cîmpul de viteze ales în [1].

Determinarea directă pe cale grafică a vitezei unui punct P situat în planul de nivel [H^*] al triunghiului ABC are loc fără dificultăți, pe baza proprietăților reamintite mai sus.

Dacă $P(p, p')$ este punctul considerat, dreapta pb determină punctul (q, q') pe latura $(ac, a'c')$ a triunghiului (fig. 1). Proiecțiile vitezelor punctelor B, Q, P pe dreapta PB din planul de nivel, egale între ele, apar în adevărată mărime în proiecție pe planul orizontal. De aceea, în epură, $\mathrm{pr}_{pb}\vec{v}_b$ se transportă în punctele q și p și din extremitatea ei se ridică perpendiculare. Cum Q este punct al dreptei AC, extremitatea lui $\vec{v}_Q$ se află pe dreapta A_1C_1 determinată de extremitățile vitezelor cunoscute ale lui A și C; segmentul care unește pe a_1 cu c_1 determină extremitatea q_1 a lui $\vec{v}_q$, iar linia de ordine pe aici conduce la q'_1 pe $a'_1c'_1$, deci la $\vec{v}'_q$. Utilizînd apoi dreapta b_1q_1 se găsește p_1, adică $\vec{v}_p$ și cu linie de ordine prin p_1 se ajunge la p'_1 pe $b'_1q'_1$, deci la $\vec{v}'_p$. Rezultă astfel viteza $\vec{v}_P(\vec{v}_p, \vec{v}'_p)$.

3. Urmează acum de indicat procedeul care permite determinarea directă pe cale grafică a vitezei unui punct M arbitrar al rigidului. Dacă $[V^*]$ este planul de front care conține pe M, construcția lui $\vec{v}_M$ poate uti-

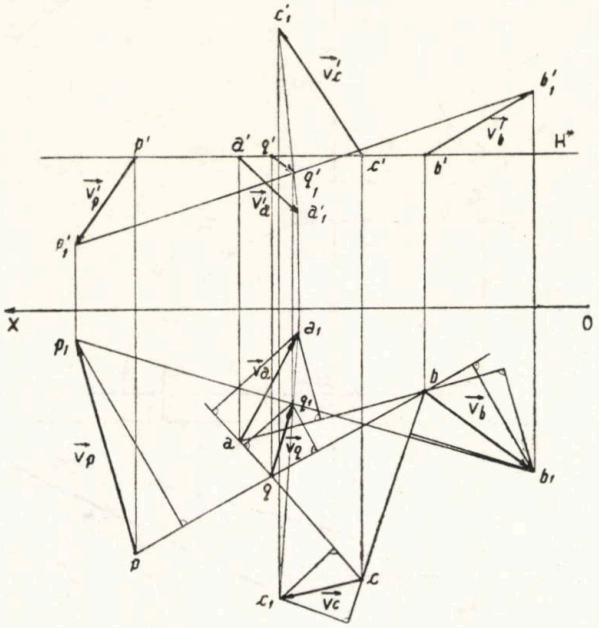


Fig. 1

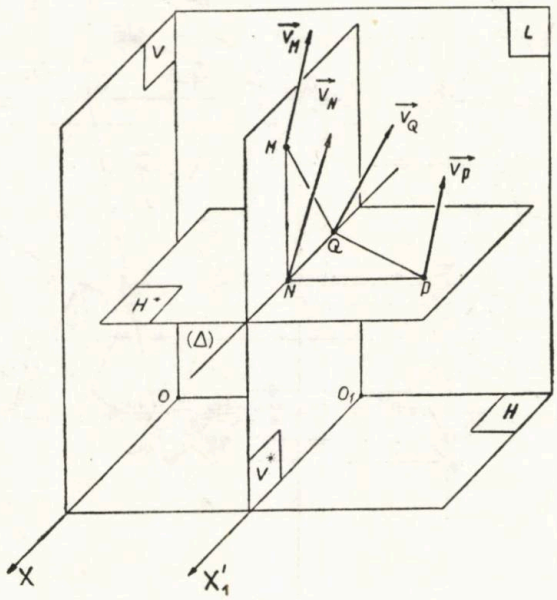
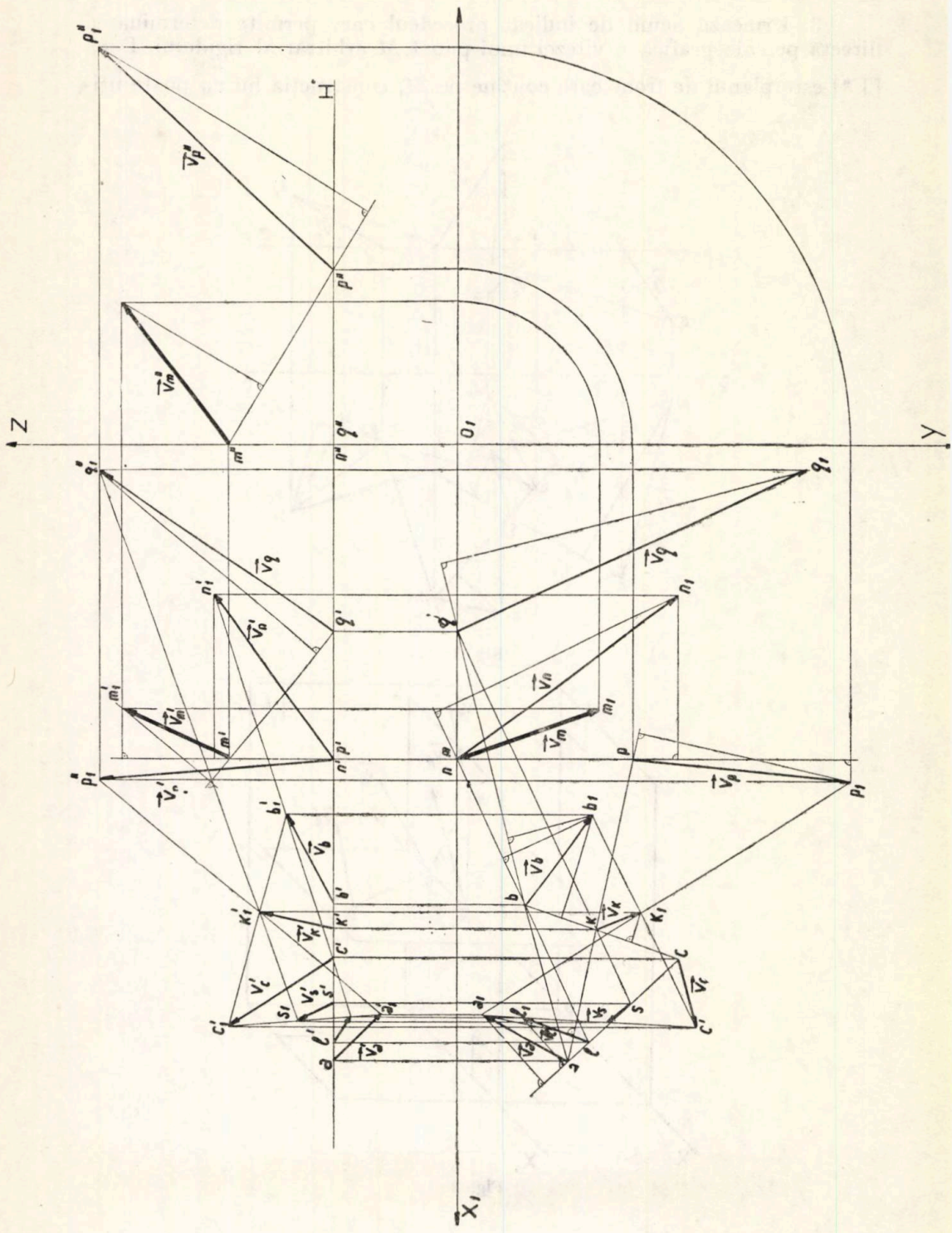


Fig. 2


H
Z
Y
X1
O1

liza vitezele cunoscute a trei puncte, de pildă N, P, Q, alese convenabil în planul de nivel $[H^*]$ și anume : dacă $(\Delta) = [V^*] \cap [H^*]$, atunci $N \in (\Delta)$ cu $(MN) \perp (\Delta)$; $Q \in (\Delta)$; $P \in [H^*]$ cu $(PN) \perp (\Delta)$ (fig. 2).

Ca puncte ale lui $[H^*]$, vitezele lui N, P, Q se determină prin construcția indicată la pct. **2.** Prin modul cum au fost însă alese punctele, triunghiurile dreptunghice NPQ, MNQ și MNP sînt conținute în plane paralele cu planele de proiecție. Ca urmare, proiecțiile vitezelor acestor puncte, pe dreptele pe care le determină fiecare pereche, apar în adevărată mărime și anume : pentru vîrfurile triunghiului NPQ — în proiecția orizontală ; pentru vîrfurile triunghiului MNQ — în proiecția verticală ; pentru vîrfurile triunghiului MNP — în proiecția laterală. Se impune deci ca într-o anumită fază a construcției grafice să se utilizeze și planul lateral de proiecție pentru a-l obține pe $\vec{v}_M$.

Pentru simplitatea reprezentării și implicit a construcțiilor grafice se poate alege $[V^*]$ drept nou plan vertical de proiecție.

Fie repartiția vitezelor fixată prin vitezele punctelor A, B, C construite în fig. 3 și $M(m, m')$ punctul a cărui viteză se determină. În conformitate cu cele indicate anterior s-au ales punctele $P(p, p')$, $N(n, n')$ și $Q(q, q')$. Vitezele lor s-au obținut utilizînd procedeul de la pct. 2, care pentru $\vec{v}_P$ a considerat coliniaritatea punctelor P, K, A, cu $K \in BC$; pentru $\vec{v}_N$ a folosit coliniaritatea punctelor N, B, L, cu $L \in AC$; iar pentru $\vec{v}_Q$ a făcut apel la coliniaritatea punctelor Q, K, S, cu $S \in AC$. Ca mijloace de control intermediar în decursul construcției grafice s-au folosit egalități ale proiecțiilor vitezelor obținute pe dreptele determinate de unele perechi de puncte (de pildă $\mathrm{pr}_{np}\vec{v}_n = \mathrm{pr}_{np}\vec{v}_p$ sau $\mathrm{pr}_{nq}\vec{v}_n = \mathrm{pr}_{nq}\vec{v}_q$).

Construcția vitezei $\vec{v}_M$ începe în planul vertical de proiecție și utilizează faptul că $\mathrm{pr}_{m'n'}\vec{v}'_m = \mathrm{pr}_{m'n'}\vec{v}'_{n'}$ și $\mathrm{pr}_{m'q'}\vec{v}'_m = \mathrm{pr}_{m'q'}\vec{v}'_q$; la intersecția proiectantelor de rigoare se determină m'_1 și ca urmare $\vec{v}'_m$. În continuare se obține proiecția laterală $\vec{v}''_p$ a vitezei lui P, utilizînd procedeul standard care face apel la proiecțiile $\vec{v}_p$ și $\vec{v}'_p$ determinate anterior. În baza egalității $\mathrm{pr}_{m''p''}\vec{v}''_m = \mathrm{pr}_{m''p''}\vec{v}''_p$ rezultă m''_1, respectiv proiecția laterală $\vec{v}''_m$, cu care se revine în planul orizontal de proiecție unde apare imediat $\vec{v}_m$ și deci $\vec{v}_M(\vec{v}_m, \vec{v}'_m)$ este complet precizat.

Determinarea intensității și orientării vectorului $\vec{v}_M$ este acum o chestiune de rutină în geometria descriptivă, implicînd o rotație sau o rabatere convenabilă.

De îndată ce se dispune de viteza unui punct exterior planului care trece prin punctele cu viteză prescrisă, construcția vitezei altor puncte arbitrare devine și mai simplă. De pildă, dacă I este un nou punct, dreapta TM intersectează planul celor trei puncte în W, a cărui viteză se determină cu ușurință (dacă W se află în spațiul util de lucru al epurei). Extremitatea W_1 a lui $\vec{v}_W$ împarte pe T_1M_1 în raportul în care W împarte pe TM, aspect care se transmite în planele de proiecție fiind utilizabil ca atare în construcția grafică.

4. 1. Construcția care se prezintă utilizează un număr minim de proprietăți ale vitezelor rigidului și permite determinarea rapidă a vitezei unui punct arbitrar al obiectului prin operații efectuate direct în epură

asupra vitezelor în prealabil cunoscute a trei puncte necoliniare ale rigidului. S-a evitat recurgerea la plane proiectante de poziție arbitrară sau la schimbări ale poziției relative dintre obiect și planele de proiecție, care printre altele ar spori dificultățile și ar mări sensibil numărul construcțiilor intermediare din epură.

2. Construcția grafică prezentată constituie o alternativă la cea din [2], care punea în evidență mai întîi proprietățile generale ale repartiției date a vitezelor (viteză unghiulară instantanee, viteză minimă, axă a mișcării elicoidale instantanee etc), dar cu prețul unui număr mai ridicat de operații grafice intermediare, și pe această bază determina apoi viteza unui punct arbitrar. Procedeul de aici poate fi extins în mod potrivit și la nivelul acceleraților.

3. Construcția directă și cu mijloace simple a vitezei unui punct interesează în problemele de cinematică aplicată, în care în anumite poziții semnificative ale obiectului se cere o determinare rapidă a proprietăților cinematice ale unor puncte importante ale mobilului.

Primită la 5 mai 1978

Catedra de mecanică
și
Catedra de geometrie descriptivă
și desen

BIBLIOGRAFIE

1. Braier A., Antoniu M., *Asupra unui aspect al distribuției vitezelor și acceleraților în mișcarea rigidului.* Bul. Inst. polit. Iași, II (VI), *3—4*, 43—48 (1956).
2. Braier A., Cuțu L., Braier A., Viașu M., *Utilizarea mijloacelor geometriei descriptive în cinematica rigidului* (I). Bul. Inst. polit. Iași, XXIII (XXVII), *3—4*, s. IV, 11—17 (1977).
3. Braier A., *Mecanică pentru ingineri.* Vol. 1, fasc. *2*, Rotaprint, Inst. polit. Iași, pp. 14—20, 1977.

UTILISATION DES PROCÉDÉS DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE DANS LA CINÉMATIQUE DU CORPS RIGIDE

II. Construction graphique du champ des vitesses

(Résumé)

On présente une construction graphique qui utilise un nombre minime de propriétés du champ des vitesses d'un corps rigide et permet d'obtenir rapidement la vitesse d'un point arbitraire comme suite d'oppérations effectuées directement dans l'épure sur les vitesses connues pour trois points de l'objet. Dans une prochaine Note on va montrer que cette construction peut être étendue convenablement pour couvrir aussi les accélérations.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICA TEHNICĂ

D.C. 621.50

SENSITIVITY SYNTHESIS OF OPTIMAL CONTROL FOR DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS

II. COMBINED SYSTEMS AND THEIR CONTROLLABILITY

BY

VICTOR FLORIN POTERAȘU

1. Introduction. The concept of the combined system, which consists of a model system equation and its parameter sensitivity one, plays an important role in the sensitivity of optimal control. Consequently, it may be recognized for these combined systems [6] the possibility of control not only the model state but also its sensitivity function by choosing proper controls $f(t, x)$ and $h(t, x)$. It is very important whether the combined system is controllable for the control inputs or not, in the case of the sensitivity synthesis. Consider the effect of the small parameter variations at the initial stage of the synthesis. This is the basis of the sensitivity synthesis of optimal control.

2. Combined Systems. a) Combining the model equation and the α-sensitivity equation, we can get α-combined system:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = F(t, x, u(t, x), f(t, x), \eta(t, x)),\\
&H(t, \xi, u(t, \xi), h(t, \xi), \eta(t, \xi)) = 0, \qquad u(t_0, x) = u_0(x),\\
&\frac{\partial {}_i v(t, x)}{\partial t} = F_u \mid_{\Delta\eta = 0 i} v(t, x) + F_\eta \mid_{\Delta\eta = 0} H_u \mid_{\Delta\eta = 0 \ i} v(t, \xi) +\\
&\qquad + H_\eta \mid_{\Delta\eta = 0} = 0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

which governs the extend state $(u(t, x), \ {}_i v(t, x))$.

b) Similarly if we pay attention to the variation of the initial condition, we can get the β-combined system:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = F(t, x, u(t, x), f(t, x)), \qquad H(t, \xi, u(t, \xi), h(t, \xi)) = 0,\\
&u(t_0, x) = u_0(x), \ \frac{\partial {}_i w(t, x)}{\partial t} = F_u \mid_{\Delta u_0 = 0 i} w(t, x); \qquad H_u \mid_{\Delta u_0 = 0 i} {}_i w(t, \xi) = 0;\\
&{}_i w(t_0, x) = \begin{cases} \eta_i(x) & i = j,\\ 0 & i \neq j. \end{cases}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

c) It will consider the following γ-combined system, if we pay attention to the variation of the time delay parameter:

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \overline{F}(t, x, u(t, x), f(t, x)),$$

$$H(t, \xi, u(t, \xi), h(t, \xi)) = 0, \quad u(0, x) = \overline{u}(0, x),$$

$$\frac{\partial z(t, x)}{\partial t} = [F_u + F_{u(t-\varepsilon)}] \mid_{\varepsilon=0} z(t, x) + F_{u(t-\varepsilon)} \mid_{\varepsilon=0} \overline{F}(t, x, u, f), \tag{3}$$

$$H_u \mid_{\varepsilon=0} z(t, \xi) = 0 \quad z(0, x) = 0.$$

d) Moreover the δ-combined system becomes to:

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = F(t, x, u(t, x), f(t, x)) \quad \text{in} \quad Q = \{(t, x), t > t_0, 0 < x < s_0\},$$

$$H_1(t, u(t, 0), h_1(t)) = 0, \quad H_2(t, s_0, u(t, s_0), h_2(t)) = 0,$$

$$u(t_0, x) = u_0(x), \quad \frac{\partial y(t, x)}{\partial t} = F_u \mid_{\varepsilon=0} y(t, x) \quad \text{in} \tag{4}$$

$$Q = \{(t, x); t > t_0, \quad 0 < x < s_0\}, \quad H_{1u} \mid_{\varepsilon=0} y(t, 0) = 0,$$

$$H_{2u} \mid_{\varepsilon=0} \left[y(t, s_0) + \frac{\partial u(t, s_0)}{\partial x} t \right] + H_{2x} \mid_{\varepsilon=0} t = 0, \quad y(t_0, x) = 0.$$

It should be noticed that a new basic important problem comes out in the case of sensitivity synthesis of optimal control, the problem what performance indicies and constraints are to be given for the combined systems. It depends on the control object of the original problem.

3. Controllability of Linear Combined Systems. 3.1. *Controllability of the α-combined system.* Consider the model system described by an infinite dimensional linear differential equation in the space X:

$$\frac{du(t)}{dt} = A(p) u(t) + B(q) f(t), \quad u(t_0) = 0, \tag{5}$$

where p is the k-dimensional parameter vector and q is the s-dimensional parameter vector. Suppose the i-th component p_i is a variable parameter. Then the α-combined system is written by

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} u(t) \\ {}_iv(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(p) & 0 \\ {}_iA(p) & A(p) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u(t) \\ {}_iv(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B(q) \\ {}_iB(q) \end{pmatrix} f(t),$$

$$\begin{pmatrix} u(t_0) \\ {}_iv(t_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

where ${}_iv(t)$ is the α-sensitivity function to p_i:

$${}_iA(p) = \sum_{m=1}^{k} \frac{\partial A(p)}{\partial p_m} \frac{dp_m}{dp_i}\bigg|_{\Delta_p = 0} \quad \text{and} \quad {}_iB(q) = \sum_{m=1}^{s} \frac{\partial B(q)}{\partial q_m} \frac{dq_m}{dp_i}\bigg|_{\Delta_p = 0}.$$

If the system (5) consists of the infinite set of L_j-dimensional equations are separate for each j, the combined system (6) becomes to:

$$(7)\qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix} u_j \\ {}_iv_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_j & 0 \\ {}_iA_j & A_j \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_j \\ {}_iv_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_j \\ {}_iB_j \end{pmatrix} f_j,$$

$$\begin{pmatrix} u_j(t_0) \\ {}_iv_j(t_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{0j} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

The combined system (6) is controllable (at time t_1) if and only if each finite dimensional subsystem (7) is controllable (at time t_1) for each j. Hence, the sufficient condition for the combined system (6) to be controllable at time t_1 is:

$$(8)\qquad \operatorname{rank}\,[P_0(t) \mid P_1(t) \mid \ldots \mid P_{2Lj-1}] = 2L_j \quad \text{for some} \quad t \in (t_0, t_1), \quad (j = 1, 2, \ldots)$$

where

$$P_{k+1}(t) = -G_j(t)\,P_k(t) + \dot{P}_k(t), \quad P_0(t) = E_j(t),$$

$$G_j(t) = \begin{pmatrix} A_j & 0 \\ {}_iA_j & A_j \end{pmatrix}, \qquad E_j(t) = \begin{pmatrix} B_j & 0 \\ 0 & {}_iB_j \end{pmatrix}.$$

In the case of $A(p)$ and $B(q)$ being time-invariant, the above condition is equivalent to

$$(9)\qquad \operatorname{rank}\,[E_j \mid G_j E_j \mid \ldots \mid G_j^{2L_j-1} E_j] = 2L_j \qquad (j = 1, 2, \ldots).$$

Next suppose the i-th component q_i is a variabile parameter.

Then in the controllability condition (8):

$${}_iA_j = \sum_{m=1}^{k} \frac{\partial A_j(p)}{\partial p_m} \frac{\mathrm{d}p_m}{\mathrm{d}q_i}\bigg|_{\Delta q=0} \quad \text{and} \quad {}_iB_j = \sum_{m=1}^{s} \frac{\partial B_j(q)}{\partial q_m} \frac{\mathrm{d}q_m}{\mathrm{d}q_i}\bigg|_{\Delta q=0}.$$

1. Consider a vibrating system with a variable parameter b:

$$\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2} = b\,\Delta u(t, x) + f(t, x), \quad t > 0, \quad x \in \Omega$$

$$u(t, \xi) = 0, \quad t > 0, \quad \xi \in \Gamma, \quad u(0, x) = u_{10}(x), \quad \frac{\partial u(0, x)}{\partial t} = u_{20}(x).$$

This system can be written in a vector form

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} u_1(t, x) \\ u_2(t, x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ b\Delta & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1(t, x) \\ u_2(t, x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} f(t, x),$$

$$\begin{pmatrix} u_1(0, x) \\ u_2(0, x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{10}(x) \\ u_{20}(x) \end{pmatrix}.$$

The sensitivity equation becomes:

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} v_1(t,x) \\ v_2(t,x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ b\Delta & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_1(t,x) \\ v_2(t,x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \Delta & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1(t,x) \\ u_2(t,x) \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} v_1(0,x) \\ v_2(t,x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

By the eigenfunction expansion with respect to an operator $b\Delta$, the combined system becomes

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix} u_{1i}(t) \\ u_{2i}(t) \\ v_{1i}(t) \\ v_{2i}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \lambda_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \dfrac{\lambda_i}{b} & 0 & \lambda_i & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_{1i}(t) \\ u_{2i}(t) \\ v_{1i}(t) \\ v_{2i}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} f_i(t), \quad \begin{pmatrix} u_{1i}(0) \\ u_{2i}(0) \\ v_{1i}(0) \\ v_{2i}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{10i} \\ u_{20i} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

In this case the controllability condition (9)

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \lambda_i \\ 1 & 0 & \lambda_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{\lambda_i}{b} \\ 0 & 0 & \dfrac{\lambda_i}{b} & 0 \end{pmatrix} = 4 \qquad (i = 1, 2, \ldots)$$

holds. Therefore the combined system is controllable at any time $t > 0$.

2) Consider a simple heating system

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} + f(t), \quad t > 0, \quad x \in (0,1),$$

$$u(t,0) = u(t,1) = 0, \quad u(0,x) = u_0(x),$$

where a is a variable scalar parameter. In this case $\Phi_1(x) = \sqrt{2}\sin \pi_i x$, $\lambda_i = -i^2\pi^2 b$, and the combined system becomes

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_i & 0 \\ \dfrac{\lambda_i}{b} & \lambda_i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_i \\ 0 \end{pmatrix} f(t), \quad \begin{pmatrix} u_i(0) \\ v_i(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{i0} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$k_i = \sqrt{2}\int_1^0 \sin \pi i x \, \mathrm{d}x \quad \begin{cases} \neq 0 & i - \text{odd}, \\ = 0 & i - \text{even}. \end{cases}$$

Therefore the combined system is not controllable.

3.2. *Controllability of the* β*-combined system.* Consider a model system

$$\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} = Au(t) + Bf(t), \quad u(t_0) = u_0, \tag{10}$$

which is an infinite dimensional differential equation. Here u_0 is a variable initial value. The β-sensitivity equation is described by

$$\frac{dv(t)}{dt} = Av(t), \quad v(t_0) = \xi. \tag{11}$$

Therefore the β-combined system becomes

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Bf(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{12}$$

$$\begin{pmatrix} u(t_0) \\ v(t_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ \xi \end{pmatrix},$$

which is clearly not controllable, because the model system state and the sensitivity one have no explicit relation each other.

3.3. *Controllability of the γ-combined system.* Suppose that a time delay system is expressed by an infinite dimensional differential-difference equation :

$$\frac{du(t)}{dt} = Au(t) + u(t-\varepsilon) + Bf(t), \tag{13}$$

$$u(t) = \overline{u}(t), \quad -\varepsilon \leqslant t < 0, \quad u(0) = u_0.$$

A model system is obtained by letting $\varepsilon = 0$. Then the γ-combined system is given by

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A+I & 0 \\ -A-I & A+I \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Bf(t) \\ -Bf(t) \end{pmatrix}, \tag{14}$$

$$\begin{pmatrix} u(0) \\ v(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

where I is an infinite dimensional identity matrix. If the system (13) is separate, the combined system (14) is also written by

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i + I_i & 0 \\ -A_i - I_i & A_i + I_i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_i f_i(t) \\ -B_i f_i(t) \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} u_i(0) \\ v_i(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{0i} \\ 0 \end{pmatrix}$$

where I_i is a $L_i \times L_i$ identity matrix.

Then the sufficient condition for the combined system to be controllable at time t_1 is that for each i $(i = 1, 2, \ldots)$:

$$\operatorname{rank}\,[P_0(t)\ P_1(t) \ldots P_{2L_i-1}(t)] = 2L_i, \quad t \in (0, t_1),$$

where

$$P_{k+1}(t) = -G_i(t)\,P_k(t) + \dot{P}_k(t), \quad P_0(t) = E_i(t),$$

$$G_i(t) = \begin{pmatrix} A_i + I_i & 0 \\ -A_i - I_i & A_i + I_i \end{pmatrix}, \quad E_i = \begin{pmatrix} B_i \\ -B_i \end{pmatrix}.$$

Example. Consider a time delay system:

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = \Delta u(t,x) + u(t-\varepsilon,x) + f(t,x), \quad t > 0, \quad x \in \Omega;$$

$$u(t,x) = \overline{u}(t,x), \quad -\varepsilon \leqslant t < 0, \quad u(0,x) = u_0(x);$$

$$\Psi(\xi)\, u(t,\xi) + \frac{\partial u(t,\xi)}{\partial \mu} = 0, \quad t > 0, \quad \xi \in \Gamma.$$

By using the eigenfunction $\varphi_i(x)$ and the eigenvalue λ_i of an operator Δ the γ-combined system is written by

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_i + 1 & 0 \\ -\lambda_i - 1 & \lambda_i + 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} f_i(t),$$

$$\begin{pmatrix} u_i(0) \\ v_i(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{i0} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

If $\lambda_i \neq -1$ $(i = 1, 2, \ldots)$, the system is controllable at any time $t > 0$.

The finality of this study will be accomplished in the third part: sensitivity synthesis of optimal control.

Received January 27, 1978

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanics

REFERENCES

1. Poteraşu V. F., *La prédiction de la réponse des systèmes élastiques optimaux aux variations des paramètres.* VII Congress IKM, Weimar, Juin 1975.
2. Bradshaw A., *Modal Control of Distributed-Parameter Vibratory Systems.* Int. J. Control, **19**, *5*, 957—968 (1974).
3. Tzafestas S. G., *Eigenvalues and Eigenfunction Sensitivity of Sensitivity of Distributed Parameter Systems.* IEEE Trans. Aut. Control, 172—174 (Febr. 1975).
4. Sbaiti A. A., Sage A. P., *System Optimization Using Quasilinearization and Sensitivity Analysis.* Int. J. Control, **16**, *2*, 343—352 (1972).
5. Butkovsky A. G., Darinsky Yu. V., Pustylnikov L. M., *Mobile Control of Distributed Systems.* Avtomatika i telemehanika, *2*, 15—25 (1976).
6. Poteraşu V. F., *Sensitivity Synthesis of Optimal Control for Distributed Parameter Systems.* (I) *Sensitivity Functions and Sensitivity Equations.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXII (XXVI)**, *1—2*, s. IV (1977).

SINTEZA SENZITIVITĂȚII CONTROLULUI OPTIMAL PENTRU SISTEME CU PARAMETRI DISTRIBUIȚI

II. Sisteme combinate și controlabilitatea lor

(Rezumat)

În această a doua parte a lucrării se studiază sistemele combinate între ecuațiile modelului și ecuațiile senzitivității corespunzătoare tipurilor α, β, γ și δ. Se dau exemple ce ilustrează controlabilitatea diferitelor tipuri de sisteme combinate utilizate în tehnică cum ar fi vibrațiile unui sistem continuu sau transferul de căldură.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 532.5 : 621—135

UN MODEL ELECTRIC PENTRU CÎMPUL HIDRODINAMIC NORMAL PE PLANUL PARALEL, CU APLICAȚII LA STUDIUL TURBOMAȘINILOR RADIALE

DE

PAUL MATEI

1. Introducere. În cadrul metodei surselor (perturbațiilor), electromodelarea cîmpurilor axial simetrice caracteristice turbomașinilor radiale, prezintă unele particularități față de mașinile axiale, cea mai importantă fiind aceea că suportul general al mișcării este constituit din curentul normal pe planul paralel.

În lucrare se expune principiul alcătuirii acestui model, utilizabil în studiul mișcărilor meridiane proprii rotoarelor pompelor centrifuge și turbinelor F.

2. Problema hidrodinamică. 1. În cadrul mișcărilor axial simetrice elementare, curentul general normal pe planul paralel este caracterizat prin funcțiile

$$\varphi_0 = B\left(\frac{r^2}{2} - z^2\right), \tag{1}$$

$$\psi_0 = -Bzr^2, \tag{2}$$

în care $B = v/\sqrt{4z^2 + r^2}$ iar componentele vitezei meridiane au valorile

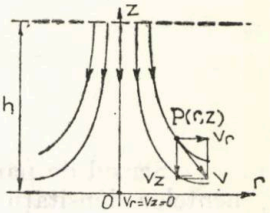


Fig. 1

$$v_z = -2Bz, \tag{3}$$

$$v_r = Br\,. \tag{4}$$

Liniile de curent sînt hiperbole cubice, cu cîte două ramuri simetrice față de Oz (fig. 1) [1].

2. Modelul electric al acestei mișcări se construiește ținîndu-se seama de analogia dintre cîmpul electrostatic și cîmpul electrocinetic într-un mediu electroconductor omogen în regim staționar (cuasistaționar). Astfel, în cîmpul cu simetrie axială (față de Oz) potențialul electrocinetic staționar satisface ecuația lui Laplace în coordonate cilindrice

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} = 0\,, \tag{5}$$

iar funcția curentului electric ecuați

$$\frac{\partial^2\psi_e}{\partial z^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_e}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi_e}{\partial r^2} = 0. \tag{6}$$

Se constată ușor că soluția

$$U = -a\left(z^2 - \frac{1}{2}r^2\right), \tag{7}$$

în care a este o constantă iar r, z coordonatele curente ale punctului din planul meridian, satisface ecuația (5). Funcția de curent este

$$\psi_e = -\frac{1}{\rho}\int_0^r r\frac{\partial U}{\partial z}\,dr = \frac{az}{\rho}r^2 = B^*zr^2, \tag{8}$$

în care $B^* = a/\rho$ este o constantă a cîmpului. Ecuația liniilor de curent

$$\psi_e = B^*zr^2 = \text{const.} \tag{8'}$$

este analogă cu (2)

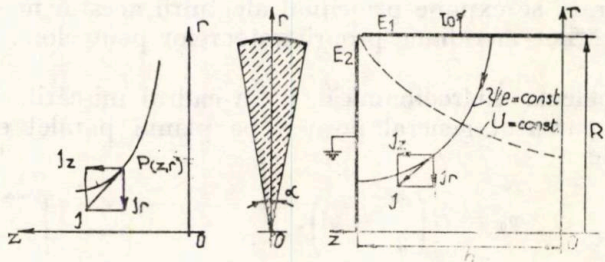


Fig. 2

Sensul de parcurgere al liniilor de curent rezultă din calculul componentelor densității de curent în model:

$$j_z = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_e}{\partial r} = 2B^*z > 0, \tag{9}$$

$$j_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_e}{\partial z} = -B^*r < 0. \tag{10}$$

Componenta radială a densității de curent este negativă în întreg planul meridian în timp ce cea axială este pozitivă. Mișcarea generală corespunde mișcării din planul meridian al unei turbine radiale (fig. 2).

Se poate ușor constata că în cazul soluției

$$U = a\left(z^2 - \frac{1}{2}r^2\right) \tag{11}$$

se găsește

$$\psi_e = -B^* z r^2 \quad \text{cu} \quad j_z = -2B^* z < 0 \quad \text{și} \quad j_r = B^* r > 0,$$

ceea ce corespunde mișcării generale din planul meridian al pompelor centrifuge, sensul de parcurgere al liniilor de curent fiind inversat față de cul reprezentat în fig. 2.

În ambele cazuri, pentru $z = 0$, $r = 0$, se obține $j_r = j_z = 0$, condiție analogă cu cea de pe modelul hidrodinamic la care originea este punct de stagnare ($v_z = v_r = 0$).

Semnificația constantei B^* este aceea a unei densități volumetrice de curent; în cazul modelului în formă de cilindru (sector de cilindru) de rază R și înălțime h, constanta B^* este $B^* = j_{z_0}/2h$ (relația (9) în care se ia $z = h$); j_{z_0} reprezintă densitatea de curent la nivelul electrodului.

Cu această valoare a constantei, (7) devine

$$U = -\frac{j_{z_0}}{\sigma h}\left(z^2 - \frac{1}{2}r^2\right). \tag{7'}$$

În lungul axei Oz, $r = 0$, $U = -j_{z_0} z^2/(\sigma h)$ iar pentru $z = h$ se regăsește relația $U = -j_{z_0} h/r^0$, caracteristică modelării curentului plan paralel [2].

Pentru $r = h$ potențialul are valoarea $U = j_{z_0} r/(2\sigma)$; se regăsește deci potențialul al cărui analog electrostatic, $V = \mp \rho_s x/(2\varepsilon_0)$ reprezintă potențialul unui plan încărcat uniform cu sarcina electrică de densitate superficială ρ_s, în vid, la distanța x [3]. Evident, interpretarea este valabilă pentru un model avînd raza de curbură a electrodului E_1 foarte mare.

3. Aplicații. Modelul electric propus și realizat practic sub forma unei cuve cu electrolit de conductivitate σ, în care E_1, E_2 reprezintă electrozi masivi, se poate aplica în studiul cîmpului hidrodinamic meridian al turbomașinilor radiale (rotoare de pompe centrifuge și turbine Francis) în baza metodei surselor [4].

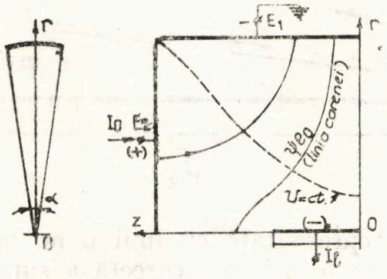


Fig. 3

Astfel, amplasarea unei surse liniforme pozitive (considerată cu repartiție uniformă a debitului) în axa de simetrie Oz, în cadrul curentului general normal pe planul paralel, determină spectrul caracteristic pompelor centrifuge; spectrul turbinelor radiale se obține prin inversarea curentului

general și semnului sursei liniforme [4]. Ambele cazuri reprezintă în fond mișcări în jurul carenelor deschise.

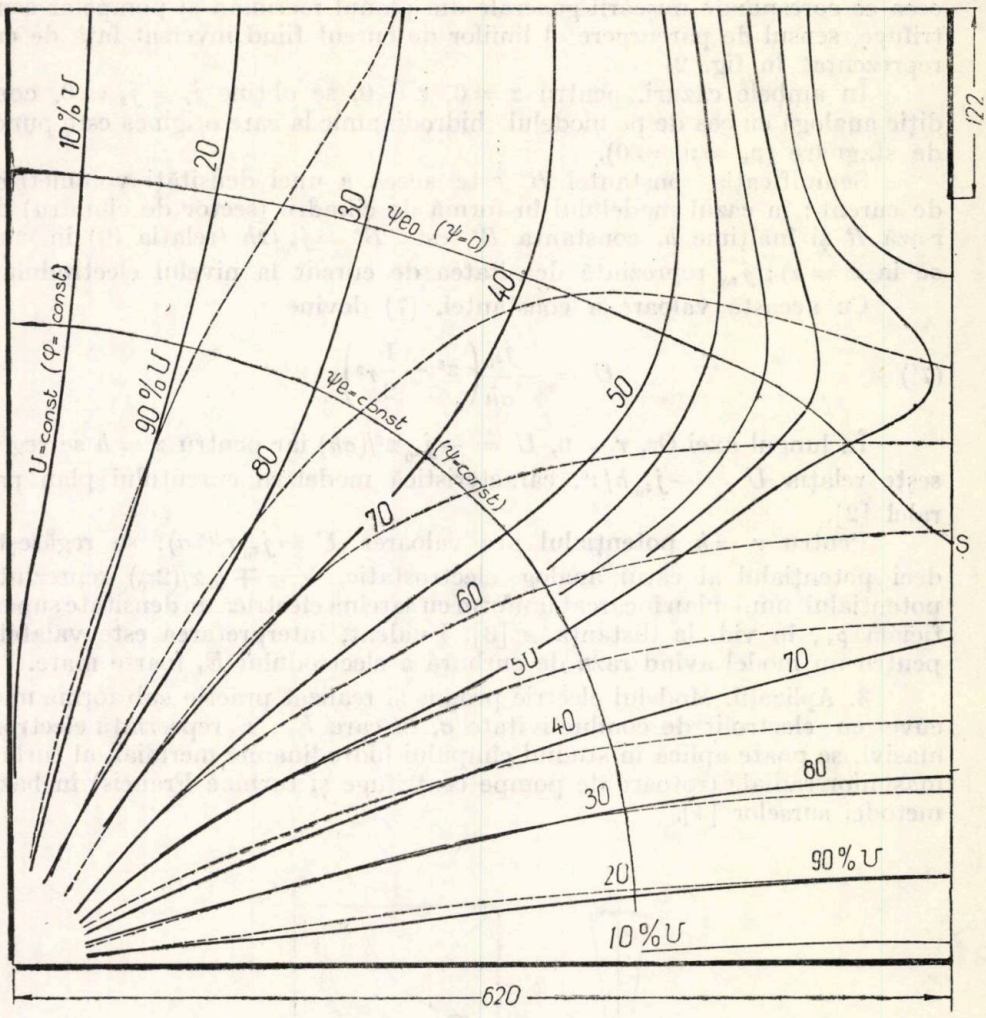


Fig. 4

În fig. 4 sînt reprezentate cu linii pline familia de echipotențiale stabilite pe modelul cu polaritatea corectă a sursei liniforme iar cu linii punctate, echipotențialele corespunzătoare modificării semnului acestei surse, curentul general rămînînd neschimbat. Se constată că numai primul caz corespunde spectrului căutat, caracteristic rotorilor pompelor centrifuge. Polaritatea sursei și sensul curentului general în condițiile alimentării modelului în curent alternativ se asigură prin opoziția de fază [5] (fig. 5).

Caracteristicile modelului : dimensiuni 620 × 620 mm, înclinare $\alpha = 2°30'$, electrolit cu $\sigma = 1{,}85 \cdot 10^{-4}\ 1/\Omega\,\text{cm}$, frecvenţa 1 500 Hz, $I_0 = 20$ mA, $I_1 = 0{,}64$ mA.

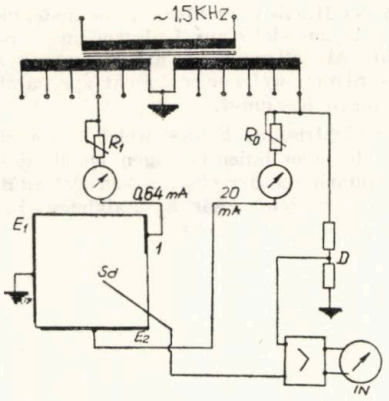


Fig. 5

4. Concluzii. Cîmpul hidrodinamic radial-axial caracteristic rotoarelor pompelor centrifuge şi turbinelor F, poate fi modelat în medii electroconductoare continue, prin perturbarea cîmpului general perpendicular pe planul paralel cu ajutorul sursei liniforme în axa de simetrie, de polaritate determinată în corelaţie cu mişcarea generală (sensul curentului general). Analogia este de tip direct, prin electromodelare rezultînd familia de linii echipotenţiale.

Faţă de procedeele clasice de electromodelare, linia carenei (butucului rotorului) şi carcasei, rezultă ca optime pentru sistemul dat de singularităţi şi la regimul de alimentare stabilit. Totodată, pe acelaşi model pot fi studiate o mare varietate de spectre prin modificarea parametrilor de alimentare.

Primită la 10 aprilie 1978

Institutul politehnic, Iaşi,
Laboratorul de mecanica fluidelor şi maşini hidropneumatice

BIBLIOGRAFIE

1. Carafoli E., Oroveanu T., *Mecanica fluidelor.* Vol. I, II, Ed. Acad., Buc., 1952, 1955.
2. Matei P., *Electromodelarea cîmpului hidrodinamic în planul meridian al turbomaşinilor axiale.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XXII (XXVI), *3—4*, s. IV (1976).
3. Kalantarov P. L., Neiman L. R., *Bazele teoretice ale electrotehnicii* (trad. din l. rusă). Vol. I, II, III, EES, Buc., 1955, 1956.
4. Taşcă D., *Mişcări potenţiale axial-simetrice în jurul carenelor deschise şi aplicaţiile lor la studiul turbomaşinilor.* Teză de doctorat, Inst. polit. Bucureşti, 1967.
5. Matei P., *Analogia electrică a cîmpului hidrodinamic la turbomaşini.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iaşi, 1972.

EIN ELEKTRISCHES ANALOGIEMODELL FÜR DAS HYDRODYNAMISCHE FELD, SENKRECHT ZUR PARALLELEN EBENE — MIT ANWENDUNGEN AUF DIE UNTERSUCHUNG VON RADIALEN TURBOMASCHINEN

(Zusammenfassung)

Es werden, aufgrund der Ruell- oder Storüngsmethode, die Grundlagen des Schaltungsbanes eines elektrischen Analogiemodells zur Untersuchung von Meridianfelder bei radialen Turbomaschinen, dargestellt. Als allgemeiner, die Bewegung zu modellierenden Analogon, erweisst sich der elektrische Strom, welcher senkrecht zur parallelen Ebene liegt. Für diesen werden die Analogiebedingungen bestimmt.

Die Überlagerung des elektrischen Feldes, welches den Strom senkrecht zur parallelen Ebene modellert, mit das Feld einer linien förnugen Quelle das in der Symmetrieachse angeordnet ist bestimmt, zusammen mit der elektrischen Polarität, die für zentrifugalen Pumpen, b.z.w. Francis-turbinen, kennzeichnende hydrodynamische Felder.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IASI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Sectia IV
MECANICA TEHNICA

D.C. 621.822.8

CONTRIBUTIONS TO DIMENSIONAL OPTIMIZATION OF THE ROLLER BEARING

III. DEPENDENCES : DEFORMATIONS — STRESSES — FORCES ; EXPERIMENTAL AND CALCULUS CORRELATIONS

BY

M. D. GAFIȚANU and C. R. RACOCEA

1. Introduction. In our previous papers, the principles of the method of sectioning the contact — between the roller and raceway — in zones, [2] as well as particularizing the calculus of the basic dynamic capacity and that of the bearing durability for the stated method [3] were discussed. This paper wants to introduce correlations between the calculus equations presented previously [2], [3], all on the basis of certain particular experimental results.

2. Particular Aspects of Certain Experimental Investigations. The analysis of the results from [4] shows remarkable differences between the shape of the contact surface, between a rooler and the raceway theoretically obtained, and the shape of the contact surface obtained experimentally, by photos. As a principle, these differences are presented in Fig. 1.

Correlating these experimental data with those obtained theoretically, in Fig. 2, having notations from Fig. 1, the following function has been represented, by points

$$\frac{a_c}{b} = f\left(\frac{a_t}{b}\right). \tag{2.1}$$

The function defined by Eq. (2.1) has been approximated with equation

$$\frac{a_c}{b} = 1{,}12\left(\frac{a_t}{b}\right)^{1/3} \tag{2.2}$$

from which the corrected magnitude of the half-axis of the contact ellipse at the roller edge results

$$a_c = 1{,}12\,(a_t\, b^2)^{1/3}\,. \tag{2.3}$$

As it has been previously shown [2], the method of sectioning the contact consists in the roller segmentation in parts in which the radius of the roller generating line remains constant. In this way, the contact surfaces, as well as the distribution of efforts, as indicated in Fig. 3, are obtained [3].

We admit that the shape of the contact surface at the junction between two zones is similar to the section shape of the stress distribution in the main plane that comprises the roller axis. The junction refers to :

i) a linear contact zone joined to another one of point contact (e.g. zone L and zone I, Fig. 3) ;

ii) a point contact zone joined to another point contact zone (e.g. zone I and zone III, Fig. 3).

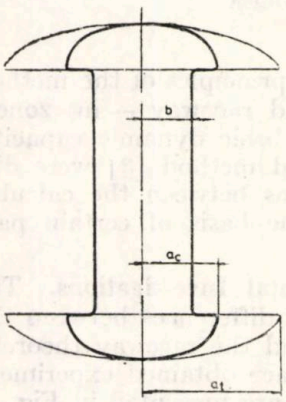


Fig. 1

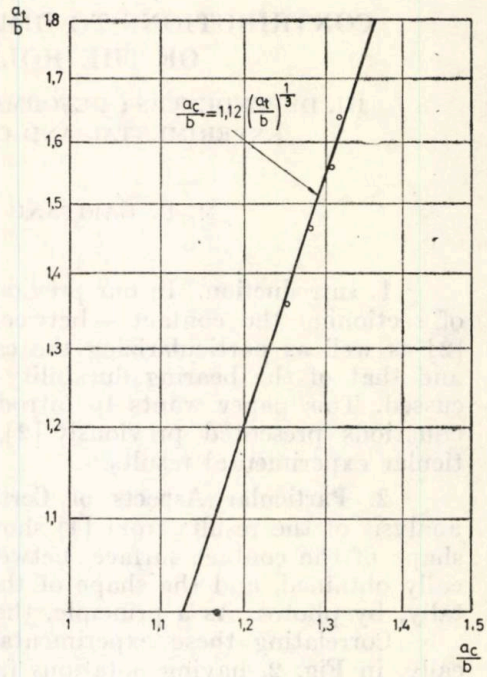


Fig. 2

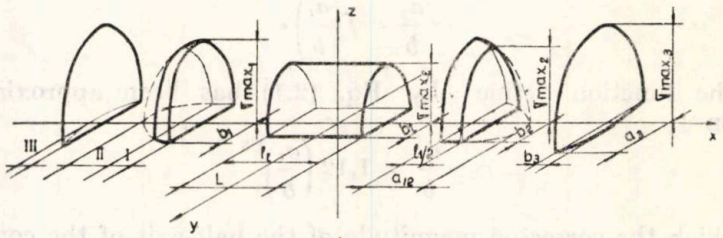


Fig. 3

3. Junction Between a Linear Contact Zone and a Point Contact Zone. Using notations from Fig. 3, in case of the junction between linear contact zone L and point contact marginal zone I, the magnitudes b_1 and b_l are [2 :

$$b_1 = 1.416\, b_1^* \sqrt{\frac{\delta}{\delta_1^* \Sigma \rho_1}}, \tag{3.1}$$

and

$$b_l = 0.95 \sqrt{\frac{\delta^{1.11}}{l_l^{0.11} \Sigma \rho_l}} \cdot \tag{3.2}$$

The ratio between b_1 and b_l leads us to

$$\frac{b_1}{b_l} = 1.4 \, b_1^* \sqrt{\frac{\Sigma \rho_l}{\delta_1^* \Sigma \rho_1} \left(\frac{l_l}{\delta}\right)^{0.11}} \cdot \tag{3.3}$$

On the other hand, efforts $\sigma_{\max 1}$ and $\sigma_{\max l}$ are [2]:

$$\sigma_{\max 1} = 5\,215 \frac{1}{a_1^* b_1^*} \sqrt{\frac{\delta \Sigma \rho_1}{\delta_1^*}}, \tag{3.4}$$

$$\sigma_{\max l} = 5\,500 \sqrt{\frac{\delta^{1.11} \Sigma \rho_l}{l_l^{0.11}}} \tag{3.5}$$

and their ratio

$$\frac{\sigma_{\max 1}}{\sigma_{\max l}} = 0.948 \frac{1}{a_1^* b_1^*} \sqrt{\frac{\Sigma \rho_1}{\delta_1^* \Sigma \rho_l} \left(\frac{l_l}{\delta}\right)^{0.11}} \cdot \tag{3.6}$$

Dividing each term by the other in Eqs. (3.3) and (3.6), we obtain

$$\frac{b_1/b_l}{\sigma_{\max 1} / \sigma_{\max l}} = 1.572 \, a_1^* b_1^* \frac{\Sigma \rho_l}{\Sigma \rho_1}. \tag{3.7}$$

We note

$$k_{l1} = 1.572 \, a_1^* b_1^* \frac{\Sigma \rho_l}{\Sigma \rho_1} \cdot \tag{3.8}$$

The factor k_{l1} is irrespective of deformations δ between the roller and raceway, and depends only on the geometry of the two joined contacts.

Introducing notation (3.8) in equation (3.7) we get

$$\frac{b_1}{b_l} = k_{l1} \frac{\sigma_{\max 1}}{\sigma_{\max l}} \cdot \tag{3.9}$$

For the case of junction between linear contact zone L and point contact zone I (fig. 3) Eq. 2.3. becomes

$$b_{1c} = 1.12 \, (b_1 \, b_l^2)^{1/3} \, . \tag{3.10}$$

Introducing the corrected value b_{1c} of the half-axis of the contact ellipse — zone I — in Eq. (3.9), we obtain, for the corrected value of the normal maximum unitar effort $\sigma_{\max 1c}$,

$$\sigma_{\max 1c} = \frac{1.12}{k_{l1}} \left(\frac{b_1}{b_l}\right)^{1/3} \sigma_{\max l} \cdot \tag{3.11}$$

By particularizing, the corrected maximum tangential unitary effort is

$$(\tau_{yz})_{\max 1c} = \frac{\sqrt{2t-1}}{2t\,(t+1)} \sigma_{\max 1c} \tag{3.12}$$

at depth

$$z_{01c} = \frac{b_{1c}}{(t+1)\sqrt{2t+1}}, \tag{3.13}$$

in which t is the maximum positive solution of equation

$$\frac{b_{1c}}{a_{12c}} = \sqrt{(t^2-1)(2t-1)}. \tag{3.14}$$

Half-axis a_{12c} of the zone *I* contact ellipse cumulated with zone *II* is [2]:

$$a_{12c} = a_{12} = 1.416\, a_1^* \sqrt{\frac{\delta}{\delta_1^* \Sigma \rho_1}}. \tag{3.15}$$

The corrected load, undertaken by the point contact of zones *I* and *II*, is

$$Q_{12c} = \frac{2\pi a_{12c} b_{1c}}{3} \sigma_{\max 1c}, \tag{3.16}$$

while the corrected load undertaken by zone *I* is

$$Q_{1c} = \frac{\pi b_{1c} l_1 (12 a_{12c}^2 - l_1^2)}{24\, a_{12c}^2} \sigma_{\max 1c}. \tag{3.17}$$

4. Junction Between a Point Contact Zone and Another Point Contact Zone. This type of junction (Fig. 3) represents the junction between the point contact marginal zone *I* and point contact edge zone *III*.

As we have previously shown in [2], the edge zone *III* enters in contact with the raceway when $\delta > \delta_m$, where δ_m is the deformation at which the magnitude of major half-axis of the contact ellipse in marginal zone *I* is

$$a_1 = \frac{l_1}{2}.$$

The deformation equivalent to edge zone *III* is

$$\delta_3 = \delta - \delta_m. \tag{4.1}$$

The study of the shape of contact surface and that of the real distribution of efforts when joining two point contact zones imply a previous determination of the magnitudes that occur in the junction.

Using notations from Fig. 3 and having in view the geometry of the contact real ellipse of zones *I* and *II* and of distribution ellipsoid of the normal stresses, we can write particularizing the corresponding equations from [2]:

$$a_{2c} = a_{12c} - \frac{l_1}{2}, \tag{4.2}$$

$$b_{2c} = \frac{b_{1c}}{2a_{12c}} \sqrt{4\, a_{12c}^2 - l_1^2}, \tag{4.3}$$

$$\sigma_{max\,2c} = \frac{\sigma_{max\,1c}}{2a_{12c}} \sqrt{4a_{12c}^2 - l_1^2} \cdot \tag{4.4}$$

For the point contact edge zone *III*, the theoretical magnitudes that occur in the junction with point contact zone *I* are determined by particularizing equations from [2], that is

$$a_3 = 1.416\, a_3^* \sqrt{\frac{\delta_3}{\delta_3^* \Sigma\rho_3}}\,, \tag{4.5}$$

$$\sigma_{max\,3} = 5\,215\, \frac{1}{a_3^* b_3^*} \sqrt{\frac{\delta_3 \Sigma\rho_3}{\delta_3^*}}\,. \tag{4.6}$$

Similarly as in Sec. 3 :

$$\frac{a_3}{b_{2c}} = 2.832\, a_3^* \frac{a_{12c}}{b_{1c}} \sqrt{\frac{\delta_3}{(4a_{12c}^2 - l_1^2)\, \delta_3^* \Sigma\rho_3}} \tag{4.7}$$

and

$$\frac{\sigma_{max\,3}}{\sigma_{max\,2c}} = 10\,430 \frac{1}{a_3^* b_3^*} \frac{a_{2c}}{\sigma_{max\,1c}} \sqrt{\frac{\delta_3 \Sigma\rho_3}{(4a_{12c}^2 - l_1^2)\, \delta_3^*}}\,. \tag{4.8}$$

From equations (4.7) and (4.8) we obtain

$$\frac{a_3/b_{2c}}{\sigma_{max\,3}/\sigma_{max\,2c}} = \frac{1.416}{5\,215} \frac{a_3^{*2} b_3^*}{\Sigma\rho_3} \frac{\sigma_{max\,1c}}{b_{1c}}\,. \tag{4.9}$$

Replacing with (3.2), (3.5), (3.8), (3.10) and (3.11) we obtain

$$\frac{a_3/b_{2c}}{\sigma_{max\,3}/\sigma_{max\,2c}} = \frac{\Sigma\rho_1}{a_1^* b_1^{*2}} \frac{a_3^{*2} b_3^*}{\Sigma\rho_3}\,. \tag{4.10}$$

We note :

$$k_{13} = \frac{\Sigma\rho_1}{a_2^* b_1^{*2}} \frac{a_3^{*2} b_3}{\Sigma\rho_3} \tag{4.11}$$

and equation (4.10) becomes

$$\frac{a_3}{b_{2c}} = k_{13} \frac{\sigma_{max\,3}}{\sigma_{max\,2c}}\,. \tag{4.12}$$

Particularizing Eq. (2.3) for the case of junction between zones *I* and *III* (Fig. 3), we can write :

$$a_{3c} = 1.12\, (a_3 b_{2c}^2)^{1/3}. \tag{4.13}$$

If we introduce the corrected value Q_{3c} of the half-axis of zone *III* contact ellipse in Eq. (4.12) we obtain for the corrected value of the normal maximum unitary effort $\sigma_{max\,3c}$:

$$\sigma_{max\,3c} = \frac{1.12}{k_{13}} \left(\frac{a_3}{b_{2c}}\right)^{1/3} \sigma_{max\,2c}\,. \tag{4.14}$$

The corrected maximum tangential unitar effort becomes

$$(\tau_{yz})_{\max c} = \frac{\sqrt{2t-1}}{2t\,(t+1)}\,\sigma_{\max 3c} \tag{4.15}$$

at depth

$$z_{03c} = \frac{a_{3c}}{(t+1)\sqrt{2t+1}}, \tag{4.16}$$

in which t is the maximum positive solution of equation

$$\frac{a_{3c}}{b_{3c}} = \sqrt{(t^2-1)\,(2t-1)}\,. \tag{4.17}$$

Half-axis b_{3c} of the edge zone contact ellipse is

$$b_{3c} = b_3 = 1.416\, b_3^* \sqrt{\frac{\delta_3}{\delta_3^* \Sigma \rho_3}}\,. \tag{4.18}$$

The corrected load, undertaken by edge zone *III*, is

$$Q_{3c} = \frac{2\pi a_{3c} b_{3c}}{3}\,\sigma_{\max 3c}\,. \tag{4.19}$$

5. Conclusions. The consideration of certain peculiarities of the contact between a roller, rounded at its edges, and a plane, observed experimentally, has imposed some equations of correction. On the basis of these equations, the normal unitary stresses and the corrected maximum tangential stresses ca ı be determined, that is :

$$\sigma_{\max rc} = \max\,(\sigma_{\max l}\,;\ \sigma_{\max 1c}\,;\ \sigma_{\max 3c})\,, \tag{5.1}$$

$$|(\tau_{yz})_{\max rc}| = \max\,[\,|(\tau_{yz})_{\max l}|\,;\ |(\tau_{yz})_{\max 1c}|\,;\ |(\tau_{yz})_{\max 3c}|\,]. \tag{5.2}$$

The corrected load undertaken by a roller is

$$Q_{1c} = Q_l + Q_{1c} + Q_{3c}\,, \tag{5.3}$$

while the corrected force, undertaken by the bearing, is

$$\vec{P}_{Rc} = i \sum_{1}^{z} \vec{Q}_{rc}\,. \tag{5.4}$$

Nomenclature

a	— major half-axis of the contact ellipse	k	— factor depending on the contact geometry
a^*	— dimensionless major half-axis of the contact ellipse	l	— length
b	— minor half-axis of the contact ellipse	P	— bearing load
b^*	— dimensionless minor half-axis of the contact ellipse	Q	— roll body load
i	— number of rows of roll bodies	t	— auxiliary quantity
		z	— number of rollers
		z_0	— depth below the surface at which the maximum shear stress amplitude occurs

δ — deformation
δ^* — dimensionless contact deformation
σ — normal stress
τ — shear stress
ρ — curvature sum

Subscripts

c — corrected
l — median zone „L" (Fig. 3)
m — medium
max — maximum
R — roller bearing
r — roller
t — theoretical
yz — yz plane
1 — marginal zone *I* (Fig. 3)
2 — zone *II* (Fig. 3)
3 — edge zone *III* (Fig. 3)
12 — zone *I* cumulated with zone *II* (Fig. 3)

Received December 19, 1977

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Machine Details

REFERENCES

1. * * * *Constructive Solutions, of the type C, to the Oscillating Bearings with Cyllindrical Rollers, for Increasing their Durability and Assuring the Exportation Competitiveness.* Contract Nr. *7268*/1976, Politechnic Institute of Jassy, Faculty of Mechanics.
2. Gafițanu M. D., Berlea I., Racocea C. R., *Dimensional Optimization of the Roller Bearing.* (I) *Theoretical Considerations.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXIII (XXVII)**, *1—2*, s. IV, 21—28 (1977).
3. Gafițanu M. D., Racocea C. R., *Dimensional Optimization of the Roller Bearing.* (II) *Basic Dynamic Capacity and Durability.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXIII (XXVII)**, *3—4*, s. IV, 31—42 (1977).
4. Wymer D. G., Cameron A., *Elastohydrodynamic Lubrication of a Line Contact.* Proc. Inst. Mech. Engrs., **188**, *19* (1974).

OPTIMIZAREA DIMENSIONALĂ A RULMENȚILOR CU ROLE

(III) Dependențe: deformații—tensiuni—forțe; corecții experimentale și de calcul

(Rezumat)

Considerarea unor particularități ale contactului rolă rotunjită la capete—plan, constatate experimental, a impus unele relații de corecție. Prezenta lucrare își propune să introducă corecții în relațiile de calcul prezentate anterior [2], [3], pentru dependențele : deformații—tensiuni—forțe.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621—1

DETERMINAREA OPTIMĂ, PE CALE NUMERICĂ, A DIMENSIUNILOR CAMELOR PREVĂZUTE CU TACHET DE TRANSLAȚIE

DE

CEZAR DUCA

După cum este cunoscut, determinarea razei minime a camelor, în cazul mecanismelor avînd tachet de translație cu vîrf sau cu role, este legată de menținerea unghiului de presiune sub o valoare limită. Soluționarea problemei este menționată în literatura de specialitate [2], [4] și are un caracter grafic. În [3] se prezintă, totuși, o rezolvare analitică pentru două legi de mișcare particulare. Acest mod de tratare a problemei are dezavantajul lipsei de generalitate ; pentru fiecare lege de mișcare trebuie stabilite formule de calcul specifice.

Avînd în vedere tendința firească de eliminare a procedeelor grafice de calcul, grevate de neajunsuri cunoscute, în lucrarea de față se propune un procedeu de rezolvare numerică, cu caracter general, care presupune folosirea calculatorului digital.

Notații

ψ — unghiul de poziție curent al camei
φ_1, φ_2 — unghiurile de fază pentru cursa de ridicare, respectiv de coborîre
h — cursa tachetului
s — spațiul, coordonata centrului rolei în raport cu extremitatea inferioară a cursei
s', s'' — derivatele lui s în raport cu φ
e — excentricitatea, distanța dintre centrul camei și axa de translație a tachetului
s_0 — distanța dintre extremitatea inferioară a cursei și centrul camei, măsurată pe direcția de translație a tachetului
α — unghiul de presiune curent
α_1, α_2 — unghiurile de presiune limită, în valoare absolută, pentru cele două curse

Toate mărimile cu dimensiune de lungime, raportate la cursa h, se notează în același fel, însă cu majuscule.

Să considerăm un mecanism cu camă de tipul menționat și să-i atașăm un sistem triortogonal drept de axe de coordonate (fig. 1) amplasat cu originea în centrul camei și cu axa Oy paralelă cu direcția de translație a tachetului în sensul ridicării acestuia. Axa Oz se consideră perpendiculară pe planul mișcării avînd sensul vitezei unghiulare a camei. Desigur axa Ox este orientată în funcție de orientarea axei Oz.

Unghiul de presiune curent α, format între normala la profil și axa Oy (fig. 1), se determin cu formula

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{s' - e}{s + s_0}. \tag{1}$$

În (1) e se înlocuiește cu semn, în funcție de orientarea sa în raport cu axa Ox, iar s' este pozitiv la cursa de ridicare și negativ la cea de coborîre; unghiul α rezultă, de asemenea, însoțit de semn.

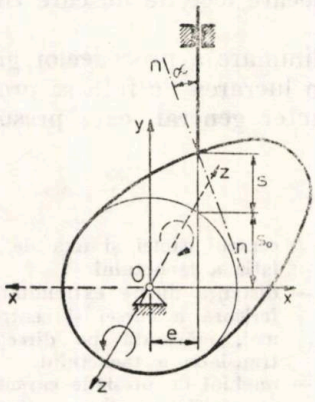


Fig. 1

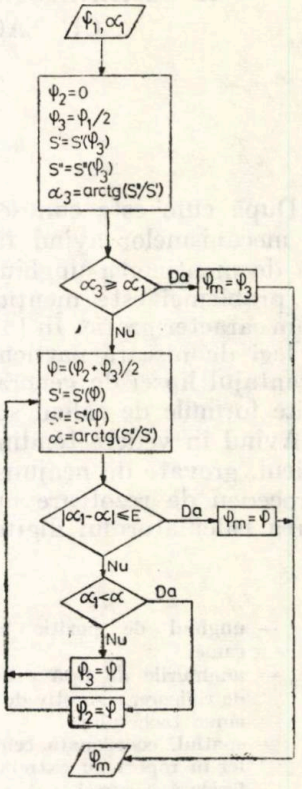


Fig. 2

Împărțind numărătorul și numitorul prin h, formula (1) devine

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{S' - E}{S + S_0}. \tag{2}$$

Din analiza formulei (2) rezultă că, în ipoteza $|E| < |S'_{max}|$, α admite un maxim pozitiv la ridicare și un minim negativ la coborîre. Pentru a determina unghiul de poziție al camei φ_m, în care se înregistrează extremul, se anulează derivata funcției $\text{tg}\,\alpha$ și se ajunge la condițiile:

(3) $\frac{S''}{S'} = \operatorname{tg} \alpha_1$, (4) $\frac{S''}{S'} = -\operatorname{tg} \alpha_2$,

pentru ridicare, respectiv pentru coborîre. Avînd în vedere că S' se introduce în (4) cu semn schimbat în raport cu (3), rezultă că cele două ecuații au forme identice atunci cînd $S'(\varphi)$ și $S''(\varphi)$ se înlocuiesc cu expresiile lor concrete. Se observă că poziția de extrem nu depinde de E și S_0 ci numai de valoarea extremului. Impunînd această valoare, se poate calcula, prin rezolvarea ecuației (3), unghiul φ_m.

Pentru rezolvarea ecuațiilor de tip (3) se propune un procedeu, bazat pe metoda înjumătățirii intervalului [1], a cărui schemă logică este reprezentată în fig. 2. Din studiul ecuației rezultă că soluția se găsește în intervalul $[0, \varphi_1/2]$, care se adoptă ca interval inițial. Dacă funcția $S'(\varphi)$ conține un punct în care există două derivate diferite, la stînga și la dreapta, este posibil ca ecuația (3) să fie imcompatibilă. Aceasta se întîmplă dacă la $\varphi = \varphi_1/2$, $\operatorname{tg} \alpha_1 < S''/S'$. În acest caz se impune, în relația (2), condiția ca valoarea maximă α_1 să fie înregistrată la $\varphi = \varphi_1/2$. Algoritmul de rezolvare este așa fel întocmit, încît, la început se verifică condiția de compatibilitate, iar apoi se trece la aplicarea metodei numerice de găsire a soluției.

Introducînd pe φ_m și pe α_1 în (2) se ajunge, pentru faza de ridicare, la

(5) $$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{S'_m - E}{S_m + S_0},$$

în care $S_m = S(\varphi_m)$ și $S'_m = S'(\varphi_m)$. Ecuația (5) este nedeterminată în raport cu necunoscutele E și S_0, fiind verificată de toate punctele situate pe dreapta Δ_1 (fig. 3), de ecuație

(6) $$S_0 = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} E + \frac{S'_m - S_m \operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Pentru coborîre se obține dreapta Δ_2 (fig. 3) de ecuație

(7) $$S_0 = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} E + \frac{-S'_m - S_m \operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_2}.$$

Trebuie de remarcat că la coborîre, mărimea S'_m este egală și de sens contrar cu cea înregistrată la ridicare. Ca urmare, tăieturile dreptelor Δ_1 și Δ_2 au aceeași formă, la înlocuirea funcțiilor S_m și S'_m cu expresiile lor concrete.

Pe dreapta Δ_1 se pot pune în evidență trei puncte importante în ce privește alegerea parametrilor E și S_0.

a) Punctul A (fig. 3), în care raza maximă a camei are valoare minimă în raport cu celelalte puncte ale dreptei Δ_1. Adoptarea acestui punct pentru construcția camei conduce la gabarit și consum de material minime. Notînd cu m_1 și n_1 panta și tăietura dreptei Δ_1, coordonatele lui A sînt

(8) $$E = -\frac{m_1 (n_1 + 1)}{m_1^2 + 1}, \qquad S_0 = -\frac{m_1^2 (n_1 + 1)}{m_1^2 + 1} + n_1.$$

Grafic, punctul A se obține intersectînd dreapta Δ_1 cu o dreaptă perpendiculară pe ea, de tăietură egală cu -1.

b) Punctul B (fig. 3), în care unghiul de presiune α_0 la $\varphi = 0$ este egal, în valoare absolută, cu unghiul α_1. Pentru a nu înregistra unghiuri de presiune mai mari ca α_1 este necesar să se adopte un punct pe Δ_1 situat în stînga lui B. Coordonatele punctului B sînt

$$E = -\frac{n_1}{2m_1}, \qquad S = \frac{n_1}{2}. \tag{9}$$

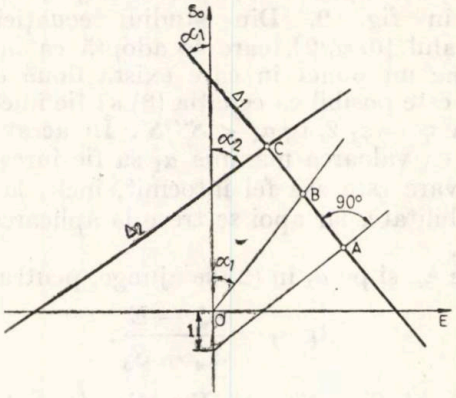


Fig. 3

Grafic, punctul B se obține intersectînd dreapta Δ_1 cu o dreaptă care trece prin origine și formează cu abscisa un unghi de $90° - \alpha_1$.

c) Punctul C (fig. 3), care asigură obținerea unghiurilor de presiune maxime α_1 și α_2 pentru cele două curse. Desigur C se găsește la intersecția dreptelor Δ_1 și Δ_2. Pentru a nu înregistra unghiuri de presiune mai mari decît α_2 în cursa de coborîre, este necesar să se adopte un punct pe dreapta Δ_1 situat în stînga lui C. Coordonatele lui C sînt

$$E = \frac{n_2 - n_1}{m_1 - m_2}, \qquad S = \frac{m_1 n_2 - n_1 m_2}{m_1 - m_2}. \tag{10}$$

Pentru a asigura condițiile unei funcționări corespunzătoare și a unui gabarit minim se adoptă, dintre punctele A, B și C, punctul situat cel mai aproape de axa ordonatelor. Uzual, ordinea celor trei puncte este cea din fig. 3 și anume C, B, A, astfel încît, în majoritatea cazurilor, se adoptă punctul C. Totuși, în anumite situații, cînd $\alpha_2 > \alpha_1$ iar $\varphi_2 \gg \varphi_1$ este posibil ca B să se afle în stînga lui C.

Desigur, și pe dreapta Δ_2 se pot pune în evidență cele trei puncte caracteristice, dar problema alegerii altui punct, diferit de C, nu se pune decît în cazul $E_c < 0$, situație aproape imposibilă dacă $\alpha_2 > \alpha_1$, așa cum se întîlnește în realitate.

Folosind procedeul de calcul descris se pot trasa diagrame $n(\varphi_1)$ pentru anumite unghiuri α_1 și pentru anumite legi de mișcare. Din aceste diagrame se poate determina, într-un caz concret, n_1 și n_2 care împreună cu $m_1 = -1/\text{tg}\,\alpha_1$ și $m_2 = 1/\text{tg}\,\alpha_2$, definesc complet dreptele Δ_1 și Δ_2. Astfel, în fig. 4 sînt reprezentate aceste diagrame pentru $\alpha_1 = 45°$ și pen-

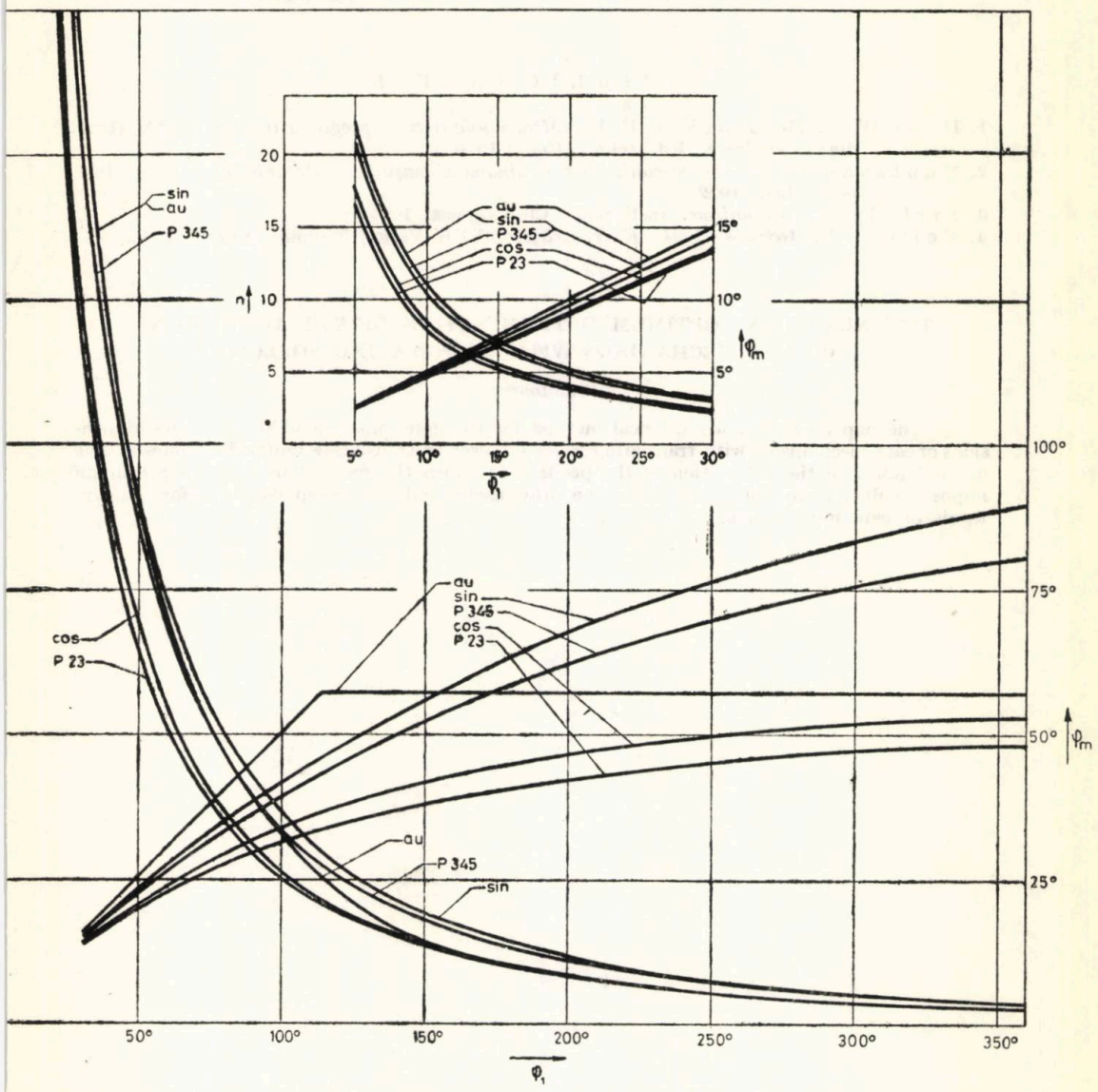


Fig. 4. — Diagrame $n(\varphi_1)$ pentru diferite legi de mișcare : *au* — mișcare cu accelerația constantă ; sin — mișcare cu accelerație sinusoidală; cos — mișcare cu accelerație cosinusoidală ; *P* 23 — lege de mișcare polinomială de gradul 23 ; *P* 345 — lege de mișcare polinomială de gradul 345.

tru 5 legi de mișcare dlferite. Sînt reprezentate, de asemenea, diagramele $\varphi_m(\varphi_1)$. Cu ajutorul acestor curbe se determină poziția în care se înregistrează unghiul de presiune maxim, poziție util de cunoscut în calculul dinamic al mecanismului.

Primită la 13 martie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de organe de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Dorn W. S., Mc Cracken D. D., *Metode numerice cu programe în FORTRAN* (trad. din l. engleză). Ed. tehn., Buc., 1976.
2. Munteanu O., *Teoria mecanismelor și dinamica mașinilor. Mecanisme cu came.* Inst. polit. Iași, 1972.
3. Szekely I., *Mecanisme.* Inst. polit. Cluj-Napoca, 1974.
4. Volmer J., *Getriebetechnik. Kurvengetriebe.* VEB Verlag Technik, Berlin, 1976.

THE NUMERICAL OPTIMUM DETERMINATION OF THE DIMENSIONS OF CAM MECHANISMS WITH TRANSLATING FOLLOWER

(Summary)

The paper presents a numerical method for the determination of the principal dimensions of cam mechanisms with translating roller follower or translating knife-edge follower. The method relies on the calculation of the position in which the presure angle has a maximum imposed value. Using this method one can draw useful and convenient diagrams for the synthesis of cam mechanisms.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 621.822.8

THE FRICTION TORQUE OF ROLLING BEARINGS— FACTOR IN DESIGN

BY

M. D. GAFIȚANU, SPIRIDON S. CREȚU, MARIANA HANTELMANN, IULIAN BEJENARU and V. ASMARANDEI

1. Introduction. The friction or the resistance at rotation of rolling bearings has been studied in the last period with a great interest but without a direct correlation with the load capacity or the fatigue life.

Many application emphasizing the kinematical functions : mechanical equipments for computers and other electronical devices, gyroscopes, etc., have imposed, more acute, an accurate knowledge of causes and values of friction in rolling bearings.

These investigations [1]...[6] have shown the complex characteristic of the friction phenomena developed in specific very complex conditions of the rolling bearings.

In this way the tests have shown numerous influences : slipping on the contact areas between rolling elements and raceways, as well as between rolling elements and cage, gyroscopical movements, out of roundneses hysteresis phenomena, splashing, air friction, temperature, vibrations, etc.

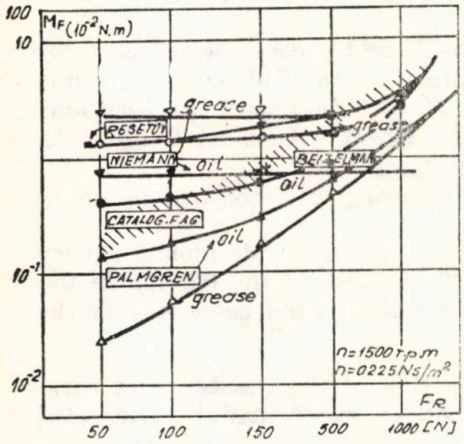


Fig. 1. — The dependence of the moment of friction M_F, on the radial load F_R, for the ball bearing 6204.

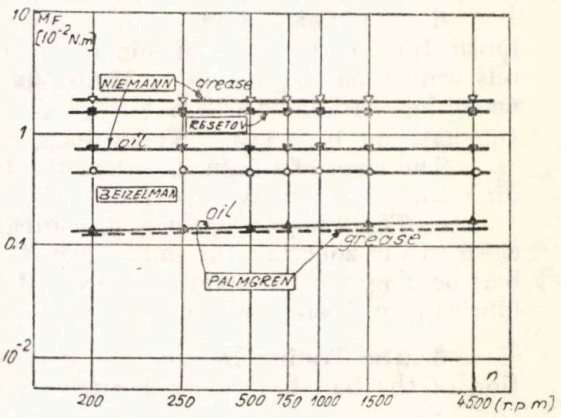


Fig. 2. — The dependence of the moment of friction M_F, on the rotational speed n, for the ball bearing 6024.

For this reason, general validity mathematical equations taking into account all these phenomena are presented in a qualitative form only. So far, simpler solutions which have to be applied in limited fields and consider the fundamental influences on friction, are accepted. However, a general use of such kind of formulae or recommandations can conduct to considerable errors (Figs. 1 and 2).

2. The Tests Programme. The tests programme was established in order to find out experimentally, the resistance at rotation of small size ball bearings loaded at light loads. In the same time the electrical resistance of the oil film between the raceway of the inner ring and the rolling element was measured using the method mentioned in [7].

a. *Rolling Bearings* — deep groove ball bearings type 6 204 were used with the following main characteristics: $d = 20$ mm; $D = 47$ mm; $B = 14$ mm; $z = 7$; specifications according to STAS 4207; dynamic capacity $C = 10\,000$ N.

b. *The Load* was established according with the data presented in Table 1.

Table 1

Values of radial and axial loads used

Radial load F_R [N]	50	250	500	1 000
Relativ radial load F_R/C	0.005	0.025	0.05	0.1
Axial load F_A [N]			0 25 100	

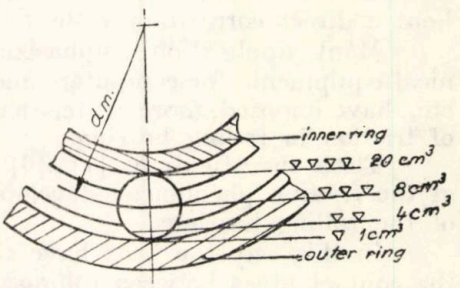


Fig. 3 — The level of the lubricant in rolling bearing according with the oil quantity introduced (no motion).

c. *The Rotational Speed* — the following values were used: 250; 500; 750; 1 000; 1 500; 4 500 r.p.m.

d. *The Lubrication* — both mineral oils and greases were used for lubrication. In the case of mineral oil lubrication the following parrafinic oils were used: M 20 (405); M 30 (408); M 40 (413); with specifications according with STAS 871. For grease lubrication, grease RUL 140 with the natrium base soap, STAS 1608, was used.

The level of the lubricant in the ball bearing was modified by changing the oil quantity introduced (Fig. 3).

e. *The Temperature* was measured by a thermocouple mounted very close to the zone of the most loaded ball. Because of the friction in the ball bearing the temperature increased continuously and consequently the lubricant viscosity was changing.

3. The Testing Device. The determination of the resistance at rotation of the ball bearing was carried out on an experimental device [10] (fig. 4).

The testing rolling bearings *1* are mounted in two identical cages *2*. The rotational motion is transmited from an electromotor *3* to two shafts

4 using V belt transmissions. The radial load are applied concomitantly to each cage using the plastic belt *5*; axial loads are applied seperately with two long and fine cables *6*. The frictional torque was measured using an elastic blade *7* and a gauge tool *8*.

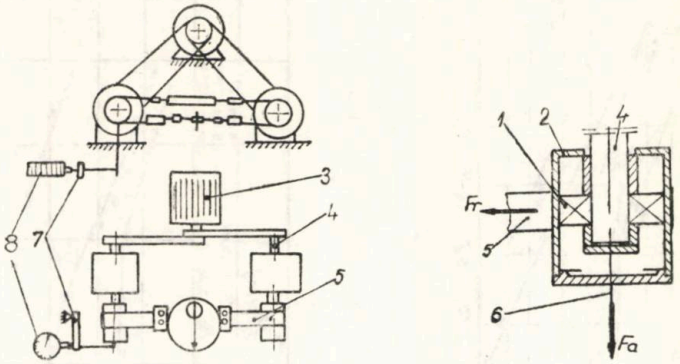


Fig. 4. — Diagram of experimental apparatus.

The designing pecularities of the device assured : the possibility to change in a wide range radial or axial load on the rolling bearing ; a variable rotational speed ; a variable level of the lubricant in rolling bearings ; the measurement of electrical resistance of the oil film ; a simple mounting way.

4. The Test Procedure. For a certain lubricant and under given working conditions referring to : load and rotational speed, level of lubricant, the measurement of the resistance at rotation was carried out for each Celsius degree as long as the temperature increased.

5. The Quality of Lubrication. The quality of lubrication was appreciated by the parameter λ defined as the ratio between the thickness of EHL oil film between the bodies in contact and the sum of the roughnesses of the respective surfaces. The λ ratio was calculated according to Harris [8] and the existence of a thick enough oil film was found.

Phenomena which are not taken into account by the EHL theory have to be mentioned : the starvation phenomenon ; a greater influence of the load on the film thickness [7], [9] ; the circulatory movements of the lubricant which can increase the resistance at rotation.

6. Experimental Results. The experimental results obtained for oil lubrication are presented in diagrams from Figs. 5—9.

The influence of the rotational speed on the resistance at rotation, for a given radial load and a imposed viscosity is presented in Figs. 10—12.

In fig. 13—17 is presented the influence of the radial load on the resistance at rotation for a given rotational speed and a constant viscosity.

The influence of the axial load and also of the oil quantity on the friction moment may result from the diagrams presented in Fig. 7 and Fig. 8 respectively.

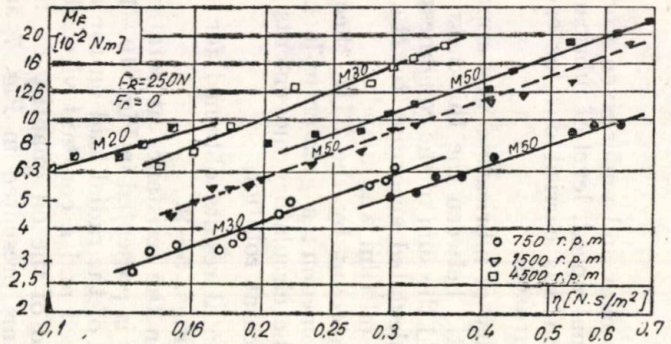


Fig. 5

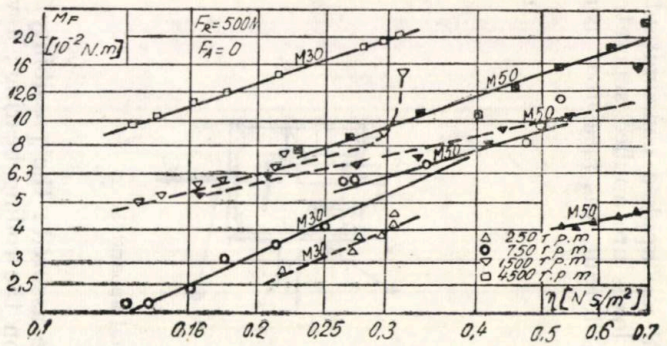


Fig. 6

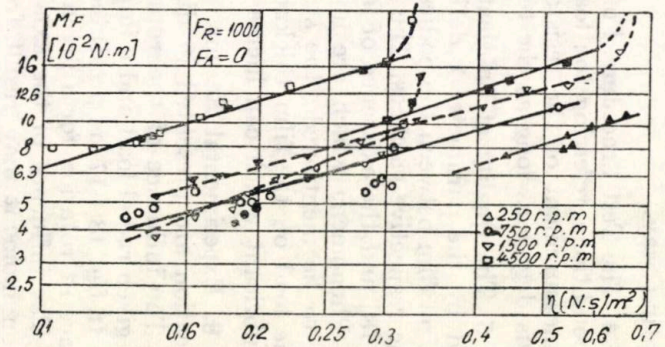


Fig. 7

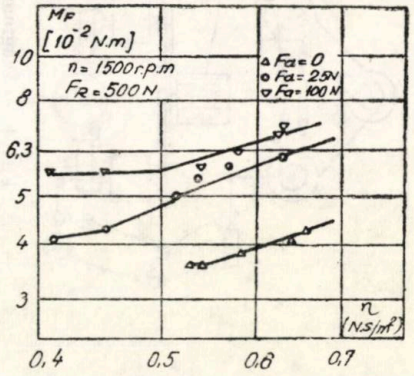


Fig. 8

Using all these experimental data following general consideration can be established :

1. The rotational speed and the oil viscosity have a major influence on the resistance at rotation ; the influence of both radial and axial load has a minor influence.

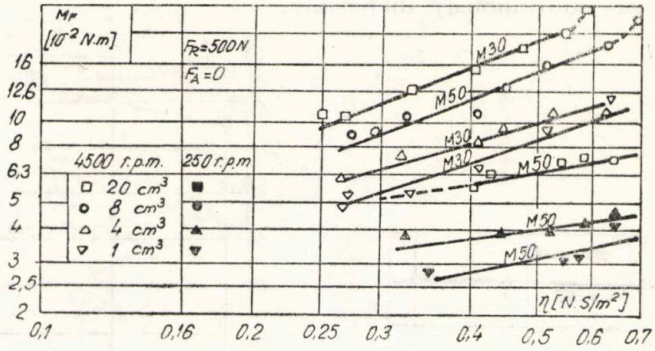


Fig. 9

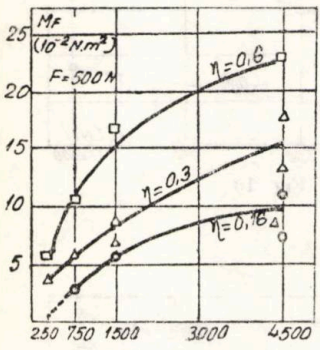


Fig. 10

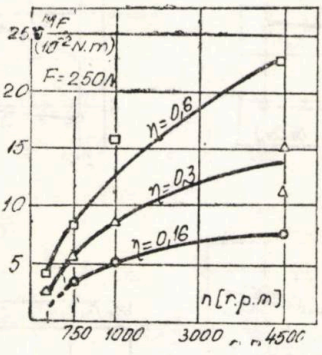


Fig. 11

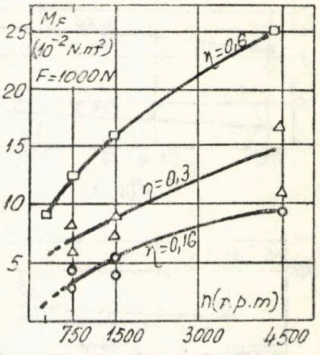


Fig. 12

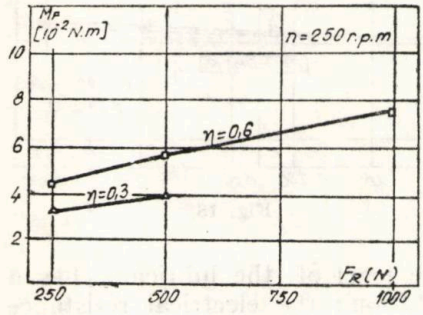


Fig. 13

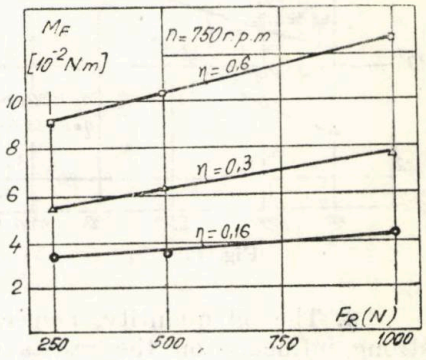


Fig. 14

2. The presence of a light axial load increases sharply the resistance at rotation of the ball bearing in comparision with the case of no axial load, but an increase in continuation of the axial load is not accompanied by a proportional increase of the resistance at rotation. The presence of axial load yields to the modification of the contact angle and sliding velocities on the contact areas ; both of them are not changed substantially if the load was continuously increasing.

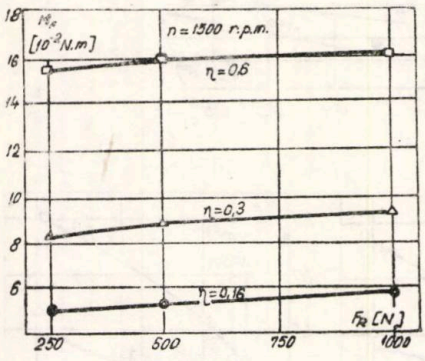


Fig. 15

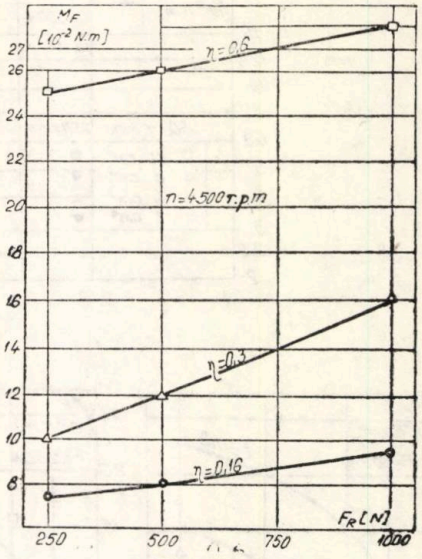


Fig. 16

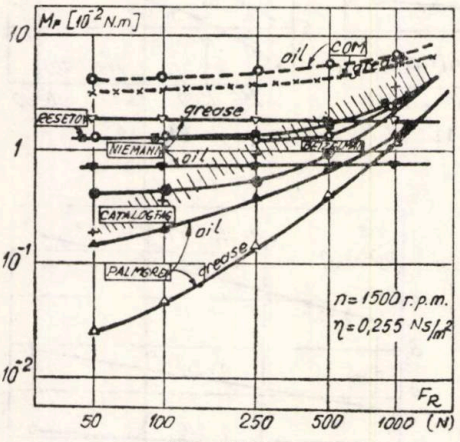


Fig. 17

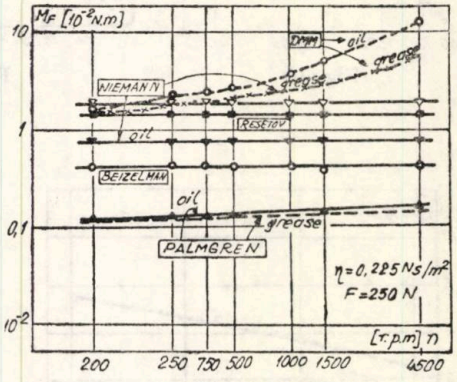


Fig. 18

3. The oil quantity, respectively the level of the lubricant, has a strong influence on the resistance at rotation ; the electrical resistance of the oil film is not modified as long as the reduced oil quantity in the

bath assembly does not speed up the starvation phenomena [7], [9] (1 cm³).

4. At the starting time the resistance at rotation takes greater values while the values of the electrical resistance are smaller. In a short period important changes take place : a) the resistance at rotation is reduced because of the rotation movement of the oil and hence of the reduction of the oil level at the rolling elements ; b) the electrical resistance increases because the oil is spread under all rolling elements on the bearing circumference.

5. When the grease RUL 140 (natrium soap + M20 oil) was used as lubricant, the values of the resistance at rotation was very close with those obtained in the same conditions but using a low viscosity oil as lubricant.

7. Calculus Recommandations. The experimental results correlated with main factors which act on the resistance at rotation lead to the following qualitative equation :

$$M_F = k_1 F_R^x + k_v k_2 \eta^y n^z , \tag{1}$$

where : k_1 , k_2 are coefficients depending on the type and size of the rolling bearing ; x, y, z — exponents, k_v — is a coefficient depending on the quantity of lubricant in bath (Fig. 2, Table 2).

Table 2

Values of the coefficient k_v for the rolling bearing type 6204

Volume of oil [cm³]	k_v (average values)
1	0.61
4	0.72
8	1
20	1.34

For the test conditions mentioned above and from statistical processing of experimental data, following values have result :

$k_1 = 3.73 \cdot 10^{-4}$; $k_2 = 0.178 \cdot 10^{-2}$ for mineral oil as lubricant
$k_1 = 3.73 \cdot 10^{-4}$; $k_2 = 1.12 \cdot 10^{-2}$ for grease as lubricant
$x = 0.65$; $y = 1.0$; $z = 0.65$.

Using these values the equation (1) becomes :

$$M_F = \underbrace{3.73 \cdot 10^{-4} F_R^{0.65}}_{\text{load influence}} + \underbrace{k_v\, 0.178 \cdot 10^{-2} \eta n^{0.65}}_{\text{lubrication influence}} \quad \text{[N.m]}, \tag{2}$$

that has a similar form with the equation proposed by Palmgren [1], which for the ball bearing type 6204 becomes :

$$M_F = \underbrace{8.7 \cdot 10^{-7} F_R^{1.55}}_{\text{load influence}} + \underbrace{(25 \div 33) \cdot 10^{-5} (\eta n)^{0.66}}_{\text{lubrication influence}} \quad \text{[N.m]}. \tag{3}$$

Can be noted that for values of load in discussion the influence of load appears qualitative modified because of the considerable difference of load exponents x; the influence of the product ηn is connected by a coefficient that in the case studied had 6 times greater values.

The quantitative comparision of the resistance at rotation shows, for the tests carried out by authors, greater values than in the case when the Eq. (3) is applied; equal values are obtained to the upper values of loads (1 000 N) (Figs. 17, 18).

8. Conclusions. 1. The test programme has been directed in order to extend the study of the resistance at rotation of rolling bearings and to emphasize the influence factors.

2. On an original device have been pointed out the following influences: the radial and axial load; the rotational speed; the lubricant viscosity; the lubricant quantity, on both the resistance at rotation and the electrical resistance of the oil film.

3. With the results obtained, comparison with equations previously proposed has been done and consequently calculus additions for new engineering fields have been stated.

Received May 5, 1977

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Machine Details

REFERENCES

1. Harris T. A., *Rolling Bearing Analysis.* John Willey & Sons, N. Y., 1970.
2. Sprișevschi I. A., *Rolling Bearings* (in Russian). Mashinostroenje, Moscow, 1969.
3. Niemann G., *Maschinenelemente.* Band 1, Springer Verlag.
4. Ragulski K. et all., *Bearing Vibrations* (in Russian). Ed. Mintis, Vilnius, 1974.
5. Beizelmann R. D., *Rolling Bearings* (in Russian). Ed. Mashguiz, Moscow, 1970.
6. Reshetov D. N., *Machine Details* (in Romanian). Ed. Tehn., Bucharest, 1963.
7. Popinceanu N. G. et all., *A Study of Rolling Bearing Fatigue Life with Mineral Oil Lubrication.* WEAR, **22**, 21—37 (1972).
8. Harris T. A., *Bearing Lubrication.* Prod. Engng., **36**, *8*, 76—81 (1965).
9. Popinceanu N. G. et all., *Rolling Bearing Fatigue Life and EHL Theory.* WEAR (1977).
10. Gafițanu M. D., Crețu S. S., *Instalație pentru determinarea coeficientului de frecare în rulmenți.* OSIM, pat. reg. Nr. *83—492*, 1975.

CUPLUL DE FRECĂRI AL RULMENȚILOR CU ROLE — FACTOR ÎN PROIECTARE

(Rezumat)

Utilizînd o instalație de concepție orizontală s-a întreprins o cercetare sistematică a rezistenței la rotație a rulmenților care a pus în evidență următorii factori care influențează sensibil cuplul de frecări și rezistența electrică a filmului de ulei: sarcinile radială și axială, viteza de rotație, vîscozitatea lubrifiantului și cantitatea de lubrifiant. Pe baza comparației dintre rezultatele obținute și ecuații stabilite anterior se fac recomandări concrete care privesc proiectarea și interesează noi domenii ale ingineriei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 669.14; 621.785

CONTRIBUȚII LA STUDIUL STABILITĂȚII DIMENSIONALE A OȚELURILOR DE RULMENȚI RUL 1 și RUL 2 [1])

DE

C. CIOCHINĂ, C. IGNAT, I. CRUDU, D. CONDURACHE, H. NĂSTASE și P. TAGA

1. Privire generală asupra stadiului actual al problemei. Precizia dimensională tot mai ridicată cerută rulmenților în exploatare a generat studii intense asupra factorilor ce determină variația dimensională a acestora în timp. Se cunoaște faptul că prin călire pentru martensită în structura oțelurilor funcție de gradul de aliere, rămîne și o anumită cantitate de austenită reziduală. Atît martensita cît și austenita reziduală fiind stări în afară de echilibru tind la temperatura ambiantă la stări mai stabile, generînd în timp modificări structurale și implicit modificări dimensionale și de proprietăți fizico-mecanice.

În scopul unei stabilități dimensionale corespunzătoare în timp, impuse de condițiile de exploatare a rulmenților, trebuie determinate tratamentele termice cele mai adecvate pentru transformarea cît mai completă a austenitei reziduale și stabilită temperatura optimă de revenire pentru realizarea stabilității structurale și deci dimensionale, cu păstrarea durității la nivelul cerințelor exploatării.

Pentru soluționarea acestor probleme, cercetările efectuate pînă în prezent au stabilit o serie de scheme pentru tratamentul termic secundar aplicat rulmenților. Dintre cele mai concludente în acest sens, menționăm schemele propuse de P. Duval și colab. [1]:

a) austenitizare și călire la −110°C cu menținere și apoi reîntoarcere la +20°C; revenire la 150—200°C;

b) austenitizare și călire; revenire la 300°C;

c) austenitizare și călire la −110°C, cu menținere și apoi reîntoarcere la +20°C; revenire la 300°C.

Tensiunile interne contribuie de asemenea la modificări structurale în timp. Eliminarea acestora după Rauzin [4] necesită o revenire de 2—3 ore, iar pentru piese cu cerințe deosebite în ceea ce privește precizia dimensională în timp, este necesară o revenire la 160—170°C timp de 25—30 ore.

---

[1]) Comunicată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, din 2—4 iulie 1970 (realizată în colaborare cu Fabrica de rulmenți Bîrlad, pe bază de contract de cercetare științifică).

Analizînd aceste scheme din punct de vedere al rezultatelor ce se pot obține și al condițiilor de aplicabilitate în producție, se constată următoarele :

1. Tratamentul termic după schema a), deși favorizează obținerea unei durități maxime a oțelului, permite ca în structură să rămînă o cantitate mare de austenită reziduală, care în timp, prin transformare, poate influența în mod nedorit stabilitatea dimensională.

2. Tratamentele termice după schemele b) și c) elimină complet austenita reziduală, asigură o stabilitate structurală și deci dimensională, însă provoacă o scădere a durității oțelurilor sub limita indicată în standarde.

3. Răcirea sub 0°C la tratamentele după schemele a) și c) în condițiile producției, necesită instalații speciale și materiale deficitare necesare obținerii temperaturilor joase, cum sînt azotul lichid, eterul de petrol etc., ceea ce ar ridica prețul de cost al rulmenților ; implică de asemenea pericolul de explozii și incendii.

4. Revenirea de lungă durată (25—30 ore) prezintă de asemenea inconveniente privind exploatarea instalațiilor de tratamente termice existente în întreprindere.

2. Alegerea variantei adecvate de tratament termic secundar. Pe baza literaturii de specialitate, plecînd de la cunoașterea efectului revenirilor ciclice din cadrul tratamentului termic aplicat oțelurilor rapide, prin analogie s-a ajuns la concluzia că această revenire adaptată și inclusă în schema tratamentului termic secundar aplicat oțelurilor de rulmenți, ar fi cea mai adecvată pentru realizarea stabilității dimensionale cu durități corespunzătoare, renunțînd atît la tratamentele sub 0°, cît și la revenirile la 300°C sau la reveniri de lungă durată.

Ținînd seama de particularitățile procesului de producție de la Fabrica de rulmenți Bîrlad, unde revenirea nu urmează imediat călirii, în scopul de a reproduce cît mai exact condițiile de uzură, ne-am propus să studiem în prima etapă revenirea ciclică a pieselor călite după o perioadă de timp ce depășește 90 minute după călire.

3. Rezultate experimentale. Experimentările au fost efectuate pe epruvete din oțelurile RUL 1 și RUL 2 livrate de către Fabrica de rulmenți Bîrlad, cu dimensiunile $\varnothing$ 12 mm și lungimea 65 $\pm$ 0,01 mm, dimensiuni impuse de normele încercărilor dilatometrice pe dilatometrul Baurt Weiss, R.D.G.

Pentru stabilirea variației optime de reveniri ciclice după călire, în scopul realizării unei stabilități structurale cît mai perfecte, în condițiile de duritate impuse, s-au executat : a) reveniri cu 1, 2, 3, și 4 cicluri și b) reveniri de lungă durată ; s-au cercetat variațiile dilatometrice și durițăile HRC.

Astfel a fost înregistrată pentru fiecare epruvetă variația dilatometrică cu temperatura și timpul menținerii. Vitezele de încălzire au fost aceleași. Temperaturile de menținere au fost de 170 $\pm$ 5°C ; la revenirile ciclice, durata menținerii la fiecare ciclu a fost de 30 minute, urmată de răcire în aer.

S-au determinat durităţile HRC (tabelul 1) după: călire în uzină; revenire în uzină; fiecare ciclu de revenire executat în laborator; revenire cu menţinere de lungă durată.

Tabelul 1

Tratament termic executat	Duritate HRC	
	RUL 1	RUL 2
Călire în fabrică	63—64	64—65
Revenire în fabrică	61—62	61—62
Revenire în laborator, ciclul *1*	61—62	61—62
Revenire în laborator, ciclul *2*	61—62	61—62
Revenire în laborator, ciclul *3*	61—62	61—62
Revenire în laborator, ciclul *4*	61—62	61—62
Revenire în laborator, de lungă durată	60—61	60—61

În scopul sesizării stabilităţii structurale la cele două mărci de oţeluri s-au comparat curbele dilatometrice obţinute la reveniri ciclice, cu cele obţinute la revenirile de lungă durată. Se constată astfel, că la oţelul RUL 1 (fig. 1), după două cicluri de revenire, valorile absolute ale dilatărilor se suprapun şi de asemenea se suprapun peste valoarea absolută a dilatării, în urma revenirii de lungă durată, după aproximativ 8 ore.

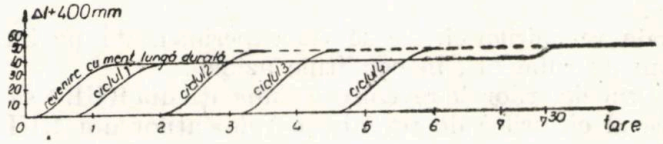


Fig. 1. — Schema curbelor dilatometrice obţinute pentru patru cicluri de revenire (ciclul *1*, *2*, *3* şi *4*) şi pentru o revenire de lungă durată la oţelul RUL 1.

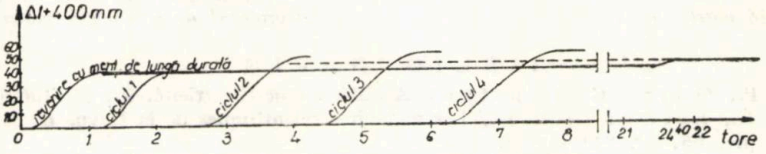


Fig. 2. — Schema curbelor dilatometrice obţinute pentru patru cicluri de revenire (ciclul *1*, *2*, *3* şi *4*) şi pentru o revenire de lungă durată la oţelul RUL 2.

La oţelul RUL 2, după al treilea ciclu de revenire, valoarea dilatării absolute rămîne aceeaşi, corespunzînd şi ciclului patru de revenire (fig 2). În cazul revenirii de lungă durată, pe curba dilatometrică se constată o creştere a valorii dilatării absolute de abia după aproximativ 22 ore, valoare care încă nu corespunde cu valoarea absolută de dilatare a ciclurilor trei şi patru, ceea ce arată că în continuare în timp ar urma să mai apară transformări structurale pînă la stabilizarea deplină.

Paralel pentru verificare și o mai precisă apreciere a numărului de cicluri de reveniri necesare asigurării stabilității structurale în condițiile de duritate cerute, s-a folosit și o instalație electromagnetică bazată pe metoda măsurării inducției magnetice cu un galvanometru balistic. Cu ajutorul acesteia, pe baza măsurătorilor efectuate, s-au putut trage concluzii orientative în ceea ce privește transformarea austenitei reziduale. Astfel s-a constatat că proporția de austenită reziduală scade cu numărul de cicluri de reveniri la valori practic acceptabile, stabilinzîndu-se aproximativ la o aceeași cantitate : la RUL 1 între al doilea și al treilea ciclu, iar la RUL 2 între al treilea și al patrulea ciclu.

4. Concluzii și propuneri. Comparînd curbele dilatometrice obținute prin reveniri ciclice cu cele obținute prin reveniri cu menținere izotermă de lungă durată se constată următoarele :

1. La oțelul RUL 1 valorile dilatărilor absolute, după două cicluri de reveniri la 170°C, rămîn practic aceleași, ceea ce denotă că transformările structurale la această temperatură încetează practic după două cicluri, durităților menținîndu-se în limitele impuse de exploatare.

La reveniri de lungă durată, abia după aproximativ 8 ore de menținere se constată creșterea valorii absolute la nivelul celei obținute prin revenire după două cicluri.

2. La oțelul RUL 2 se observă că după trei cicluri de revenire valorile dilatărilor absolute sînt practic egale, ceea ce indică că transformările structurale după trei cicluri au încetat, durităților menținîndu-se în limitele cerute.

Pe baza datelor experimentale obținute, se fac următoarele propuneri concrete :

A. Metoda revenirilor ciclice să fie experimentată pe inele la diferite dimensiuni de rulmenți, în condițiile uzinei.

B. Numărul ciclurilor de revenire la rulmenții din RUL 1 să fie 2 sau 3.

C. Numărul ciclurilor de revenire a rulmenților din RUL 2 să fie 3 sau 4.

D. Revenirile executate pe inele să se facă în timpul cel mai scurt posibil după călire.

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de tehnologia materialelor

Primită la 18 martie 1978

BIBLIOGRAFIE

1. Duval P., Murry G., Constant A., Mécanique-Électricité, *11*, 27 (1968).
2. Hanke E., Leimbach H. G., Les mémoires scientifiques de la Revue de Métallurgie, **65**, *12*, 849 (1968).
3. Prosvirin V. I., Entin S. D., *Formarea izotermică a austenitei* (trad. din l. rusă). I.D.T., 1963.
4. Зминорски Э., Механик, **36**, *13*, 606 (1963).
5. Constantinescu A. și colab., *Îndreptar de fonte și oțeluri*. Ed. tehn., Buc., 1969.

CONTRIBUTIONS TO THE STUDY OF THE DIMENSIONAL STABILITY OF THE RUL_1 AND RUL_2 BEARING STEELS

(Summary)

The paper studies and verifies experimentally the possibility of the structural stabilisation with corresponding hardness, by using the dilatometrical analysis method.

In order to obtain a lasting dimensional stability of the RUL_1 and RUL_2 bearing steels, a treatment of cyclic recovery is applied after steeling, at temperatures of 170° C.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.18

CONSIDERAȚII PRIVIND RANDAMENTUL INSTALAȚIILOR DE CAZANE CU BATERII TERMOELECTRICE MONTATE CA TREAPTĂ ÎNAINTAȘĂ DE ENERGIE

DE

GH. LOZONSCHI

1. Pierderile de exergie în procesele de schimb de căldură ale cazanului. Randamentul exergetic al cazanului are valori apropiate de 40% ceea ce arată că peste 50% din exergia combustibilului consumat se transformă în anergie.

Valorile reduse ale randamentului exergetic al cazanului se datoresc, în cea mai mare parte, pierderilor de exergie corespunzătoare ireversibilității transferului de căldură de la gazele de ardere la sistemul apă-abur.

În cazanele moderne, procesul de schimb de căldură *4—5* (fig. 1) se petrece în economizorul cazanului, plasat în zona finală de schimb de căldură, în calea gazelor de ardere care părăsesc ultima porțiune a suprafeței de încălzire a cazanului și care au o temperatură pînă la 400°C. Temperatura apei la ieșirea din economizor corespunde temperaturii de saturație și este determinată de presiunea de funcționare a cazanului. Ea este cuprinsă între 200 și 320°C. Deci schimbul de căldură în procesul *4—5* se desfășoară între două medii la care diferența de temperatură este mică și respectiv ireversibilitatea transferului de căldură este atenuată.

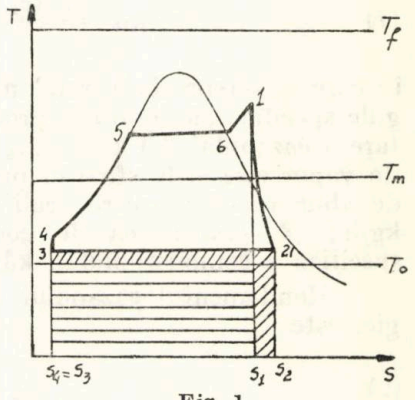


Fig. 1

Transferul de căldură în procesul de supraîncălzire a aburului *6—1* (fig. 1) se petrece între două medii cu temperaturi apropiate ca valoare. Astfel, temperatura gazelor este cuprinsă între 700°C—900°C iar temperatura aburului supraîncălzit este cuprinsă între 450°C—600°C. Deoarece diferența de temperatură este mică rezultă că și în procesul *6—1*, de supraîncălzire a aburului, ireversibilitatea transferului de căldură este atenuată.

Procesul de vaporizare a apei *5—6* (fig. 1) are loc la o diferență mare de temperatură între agenții de lucru. Temperatura suprafeței radiante a flăcărilor este cu mult mai mare decît temperatura suprafețelor țevilor

ecran din focar prin care circulă amestecul apă-abur. Gradul de ireversibilitate a procesului de transfer de căldură fiind direct proporțional cu diferența de temperatură rezultă că pierderile de exergie în procesul de vaporizare *5—6* sînt mari.

Din cele prezentate rezultă că valorile scăzute ale randamentului exergetic al cazanului se datoresc, în special, transferului ireversibil de căldură de la gazele de ardere la amestecul apă-abur care circulă prin țevile ecran.

În vederea creșterii randamentului exergetic al cazanului, în lucrările [1]...[3] se propune montarea bateriilor termoelectrice în focarul instalațiilor de cazane, ca treaptă înaintașă de energie, în zona transferului de căldură de la gazele arse la țevile ecran.

2. Randamentul instalațiilor de cazane cu baterii termoelectrice montate ca treaptă înaintașă de energie. Corespunzător celor prezentate în lucrările [1], bateriile termoelectrice se vor monta pe țevile ecran din focar, în zona transferului prin radiație de la gazele de ardere la sistemul apă-abur aflat în procesul de vaporizare. Cantitatea de căldură corespunzătoare procesului de vaporizare *5—6* (fig. 1) se transmite prin conductibilitate de la contactul cald la contactul rece al bateriilor termoelectrice și de aici la țevile ecran. Bateriile termoelectrice vor constitui o treaptă înaintașă de energie pentru centrala termoelectrică. Ele transformă direct în energie electrică o fracțiune din energia termică necesară vaporizării apei din cazan.

Randamentul exergetic al cazanului, în situația cînd sînt utilizate baterii termoelectrice ca treaptă înaintașă de energie, este dat de relația :

$$\eta_{ekb} = \frac{D\,(e_1 - e_4) + D\eta_b\,(e_6 - e_5)}{BE_c}, \tag{1}$$

în care η_b — reprezintă randamentul bateriei termoelectrice ; e_1 , e_2 — exergiile specifice ale aburului produs de cazan, respectiv ale apei de alimentare a cazanului, kJ/kg ; e_6 , e_5 — exergiile specifice la începutul procesului de vaporizare și la sfîrșitul procesului de vaporizare, kJ/kg ; D — debitul de abur necesar pentru realizarea producției orare de energie electrică, kg/h ; B — cantitatea de combustibil consumată, kg/h ; E_c — exergia specifică a combustibilului, kJ/kg.

Randamentul cazanului de abur, scris pe baza bilanțului de energie, este

$$\eta_k = \frac{D\,(i_1 - i_4)}{BH_i}, \tag{2}$$

în care i_1 și i_4 — sînt entalpiile specifice ale aburului produs de cazan, respectiv ale apei de alimentare a cazanului, kJ/kg (fig. 1) ; H_i — puterea calorică inferioară a combustibilului consumat, kJ/kg.

Corespunzător ciclului reprezentat în fig. 1, variația exergiei apei, respectiv a aburului, la trecerea prin cazan este

$$e_1 - e_4 = i_1 - i_4 - T_0\,(s_1 - s_4), \tag{3}$$

variația exergiei sistemului apă-abur în procesul de vaporizare fiind

$$e_6 - e_5 = i_6 - i_5 - T_0 (s_6 - s_5), \tag{4}$$

în care: T_0 — reprezintă temperatura mediului ambiant, °K; s_1, s_4 — entropia specifică a apei și a aburului supraîncălzit, kJ/kg°K; s_6, s_5 — entropia specifică a apei la începutul, respectiv la sfîrșitul procesului de vaporizare, kJ/kg°K; i_6, i_5 — entalpia specifică a apei la începutul, respectiv la sfîrșitul procesului de vaporizare, kJ/kg.

Variația entalpiei la transformarea apei în abur supraîncălzit se poate determina cu relația

$$i_1 - i_4 = \int_4^1 T\,ds = T_m (s_1 - s_4), \tag{5}$$

în care T_m reprezintă temperatura medie la care se desfășoară procesul de schimb de căldură la transformarea apei în abur supraîncălzit,

$$T_m = \frac{i_1 - i_4}{s_1 - s_4}. \tag{6}$$

În procesul de vaporizare, variația entalpiei se p ate calcula cu relația

$$i_6 - i_5 = \int_5^6 T\,ds = T_s (s_6 - s_5), \tag{7}$$

în care T_s reprezintă temperatura de saturație la care se desfășoară procesul de vaporizare.

Înlocuind relațiile (2)...(7) în expresia randamentului exergetic al cazanului rezultă:

$$\eta_{ekb} = \eta_k \frac{H_i}{E_c}\left[1 - \frac{T_0}{T_m} + \eta_b \frac{i_6 - i_5}{i_1 - i_4}\left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right)\right]. \tag{8}$$

Expresia $1 - T_0/T_m = \theta_{em}$ reprezintă factorul exergetic al temperaturii medii la care se desfășoară, în cazan, procesul de transformare a apei în abur supraîncălzit.

Similar se poate nota $1 - T_0/T_s = \theta_{es}$, care reprezintă factorul exergetic al temperaturii de saturație la care se desfășoară procesul de vaporizare.

Raportul $(i_6 - i_5)/(i_1 - i_4)$ din relația (8) reprezintă fracțiunea corespunzătoare cantității de căldură necesară pentru vaporizare, din cantitatea totală de căldură primită în cazan de sistemul apă-abur.

Notînd $\eta_v = (i_6 - i_5)/(i_1 - i_4)$ și înlocuind în expresia randamentului exergetic al cazanului (8), rezultă

$$\eta_{ekb} = \eta_k \frac{H_i}{E_c}\theta_{em} + \eta_k \frac{H_i}{E_c}\eta_b \eta_v \theta_{es}. \tag{9}$$

Al doilea termen pune în evidență creșterea randamentului exergetic al cazanului în situația cînd se folosesc baterii termoelectrice în focarul acestuia ca treaptă înaintașă de energie. El este cu atît mai mare cu cît randamentul bateriilor termoelectrice η_b este mai mare și cu cît produsul $\eta_v \theta_{es}$ este mai ridicat.

Folosind materiale semiconductoare s-au obținut randamente ale bateriilor termoelectrice de 10—12% și se speră să se obțină în viitor randamente de 15—20%. Se consideră că randamentul de 30% reprezintă valoarea limită ce se poate atinge. Studiile privind tehnologia de fabricație a termoelementelor semiconductoare, pe bază de materii prime din R.S. România, conduc la concluzia că baza de materii prime din țară permite fabricarea, în condiții economice, a termoelementelor semiconductoare pentru care s-a obținut factorul de merit de ordinul $3 \cdot 10^{-3}$ grd^{-1}, corespunzător unor randamente ale bateriilor termoelectrice de peste 15% [4]...[6].

Produsul $\eta_v \theta_{es}$ se poate scrie sub forma :

$$\frac{i_6 - i_5}{i_1 - i_4}\left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right) = \frac{1}{i_1 - i_4} r\left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right),$$

în care r reprezintă căldura latentă de vaporizare a apei.

Căldura latentă de vaporizare a apei cît și temperatura de saturație T_s sînt în funcție de presiunea de funcționare a cazanului. Cele două mărimi au o variație inversă. Cu creșterea presiunii de funcționare a cazanului, căldura latentă de vaporizare scade iar temperatura de saturație crește. În fig. 2 s-au reprezentat curbele de variație a căldurii latente de vaporizare și a produsului $r\,(1 - T_0/T_s)$, în funcție de temperatura de saturație.

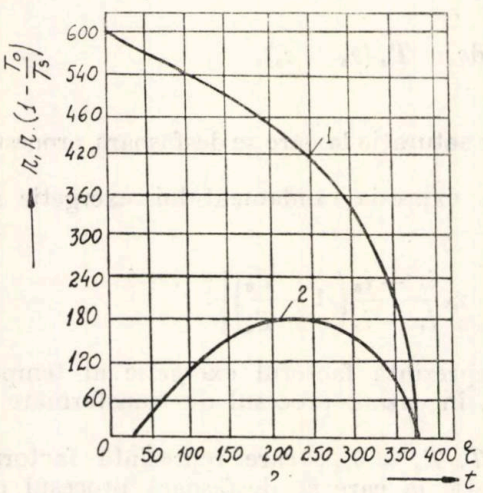


Fig. 2

Curba *1* reprezintă variația căldurii latente de vaporizare, iar curba *2* variația produsului, în funcție de temperatura de saturație. Produsul $r\,(1 - T_0/T_s)$ are un maxim la temperatura de saturație de 225°C. Acestei valori îi corespunde presiunea de 44 kgf/cm². Din fig. 2 se observă că variația produsului, în jurul valorii maxime, poate fi considerată corespunzătoare pentru un interval cuprins între 150°C și 300°C, pentru care corespunde intervalul de presiuni 5 kgf/cm² și 88 kgf/cm², în sistemul vaporizator.

Din cele prezentate rezultă că randamentul exergetic înregistrează o creștere maximă în cazul cînd sînt folosite baterii termoelectrice în focarul cazanelor la care procesul de vaporizare are loc la presiunea de 44 kgf/cm². Creșterea se poate considera corespunzătoare și pentru cazanele ce funcționează cu presiuni de 5 kgf/cm² pînă la 88 kgf/cm², în sistemul vaporizator.

3. Concluzii. Pînă în prezent creșterea randamentului exergetic al cazanului s-a realizat prin creșterea presiunii agentului termic.

Deoarece creșterea presiunii de funcționare a cazanelor este limitată de folosirea oțelurilor austenitice, se poate prevede că în continuare creșterea randamentului exergetic al cazanelor, respectiv al centralelor termoelectrice, se va obține folosind baterii termoelectrice montate ca treaptă înaintașă de energie în focarele cazanelor. De asemenea, se conchide că această creștere a randamentului exergetic al cazanului se poate obține chiar reducînd presiunea de funcționare a cazanelor, deci cu cheltuieli de investiții mult mai mici.

Reducerea cheltuielilor de investiții se va face pe seama oțelurilor austenitice ce vor lucra la o presiune mai redusă. Este evident că în acest caz este necesar un studiu tehnico-economic în care să se ia în considerare creșterea randamentului exergetic al cazanului, investiția suplimentară necesară pentru bateriile termoelectrice folosite ca treaptă înaintașă de energie și reducerea cheltuielilor de investiții privind oțelurile austenitice folosite.

Primită la 7 iunie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanoenergetică

BIBLIOGRAFIE

1. Lozonschi Gh., *Asupra unei noi posibilități de creștere a randamentului centralelor termoelectrice.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVII (XXI)**, *3—4*, s. IV (1971).
2. Lozonschi Gh., *Analiza tipurilor de baterii termoelectrice ce pot fi folosite ca treaptă înaintașă de energie pentru îmbunătățirea randamentului centralelor.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVIII (XXII)**, *1—2*, s. IV (1972).
3. Lozonschi Gh., *Folosirea efectului termoelectric în focarele instalațiilor de cazane ca treaptă înaintașă de energie.* Teză de doctorat, 1977.
4. Protopopescu M., Petrescu N., Drimer D., Morcianu A., St. și cerc. metalurgice, **5**, *4*, 375 (1961).
5. Gâdea S., Protopopescu M., Drimer D., *Metalurgia fizică a semiconductoarelor.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1963.
6. Drimer D., *Contribuții la studiul tehnologiei de fabricație a termoelementelor semiconductoare pe bază de materii prime din R. S. România.* Teză de doctorat, Inst. polit. București.

SOME APPRECIATIONS REGARDING THE EFFICIENCY OF THE THERMO-ELECTRIC BOILERS WITH BATTERIES, ASSEMBLED AS FRONT STEP OF ENERGY

(Summary)

This paper studies the exergetic efficiency of the boilers with thermo-electric batterie in their focuses as front step of energy.

The energetic efficiency of these boilers reaches its highest point in the case of thermo-electric bateries used as front step of energy in the boilers focuses to which the vaporizing process takes place at a 44 kgf/cm^2 pressure.

The raising may be considered the same for boilers work at 5 kgf/cm^2 to 88 kgf/cm^2 pressure in the vaporizing system.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 515.5 ; 621.851

UTILIZAREA METODELOR GEOMETRIEI DESCRIPTIVE IN TRANSMISIILE CU SCRIPEȚI ȘI ROLE

DE

C. POPA, MARIA VIAȘU, EUGEN BUȚURCĂ și MARIANA VASILACHE

Determinarea proiecțiilor unui cerc situat într-un plan de poziție generală și construirea tangentelor la elipsă dintr-un punct exterior pot fi folosite la stabilirea poziției unei role, care să ghideze un cablu între doi scripeți.

Se știe că secțiunea dreaptă într-un cilindru cu un plan perpendicular pe axă, este un cerc cu centrul O situat pe axa de rotație a cilindrului. Acest punct se va numi centrul secțiunii scripetelui sau rolei (fig. 1).

Fie doi scripeți I și II, a căror secțiuni drepte sînt cercurile cuprinse în planele P respectiv R. Se consideră cazul cînd centrele secțiunilor scripeților au aceeași depărtare, fiind situate în planul de front Fh. Fie de determinat proiecțiile unei role care să ghideze un cablu între scripeții considerați.

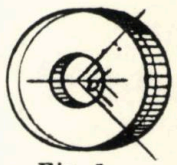


Fig. 1

Pentru aceasta se trasează planele de poziție generală P și R prin urmele (Pv, Ph), respectiv (Rv, Rh), precum și planul de front Fh, pe urma căruia se consideră proiecțiile orizontale ale centrelor secțiunilor O_1 pentru scripetele I și O_2 pentru scripetele II (fig. 2). Se determină apoi proiecțiile verticale O_1' și O_2' situate pe proiecțiile verticale ale frontalelor F_1 (f_1, f_1') și F_2(f_2, f_2').

Rabaterea pe planul vertical a planelor P și R (urmele Ph_0 și Rh_0) permite trasarea în adevărată mărime a secțiunilor circulare ale scripeților I și II cu centrele O_1 și O_2, cercuri considerate ca avînd același diametru.

Folosind ca axe de afinitate urmele Pv și Rv se construiesc proiecțiile verticale ale cercurilor I și II cu ajutorul a doi diametri perpendiculari care permit găsirea axelor elipselor. Se trasează elipsele cu centrul în O_1' și O_2'. Proiecțiile orizontale ale acestor cercuri se determină astfel: axele mari ale elipselor sînt situate pe orizontalele planelor P și R ce trec prin centrul cercurilor considerate și sînt egale cu diametrele acestora. Axele mici sînt proiecțiile orizontale ale diametrelor cercurilor I și II situate pe linia de cea mai mare pantă față de planul H care trece prin centrele (O_1, O_1') respectiv (O_2, O_2'). Rabaterea acestor diametri pe planul vertical și revenirea prin afinitate la proiecții, conduce la găsirea axelor mici ale elipselor în proiecția orizontală.

Pentru stabilirea poziției rolei de ghidaj și determinarea proiecțiilor acesteia trebuie indicat punctul unde direcția cablului urmează să fie schimbată. Acest punct poate fi ales pentru unele poziții particulare ale scripeților aproximativ la jumătatea distanței dintre centrele secțiunilor [1], dar în structura geometrică analizată în acest caz el rezultă favorabil la intersecția planelor P, R și Fh, fiind punctul $K(k, k')$.

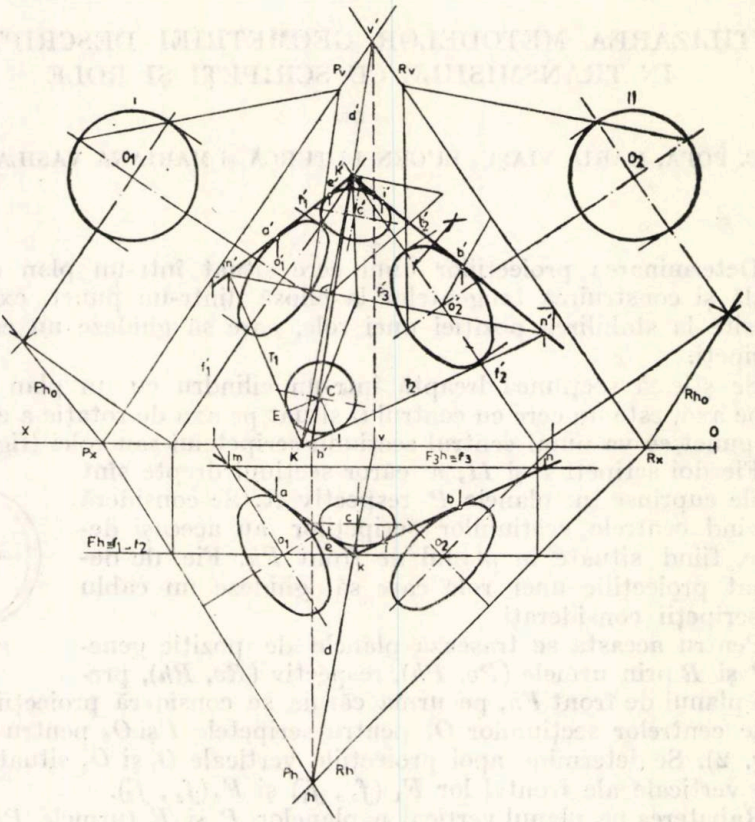


Fig. 2

Din proiecția verticală a acestui punct k' se construiesc proiecțiile verticale ale tangentelor t_1' și t_2' a elipsele o_1' și o_2', utilizînd metoda de trasare a tangentei la elipsă dintr-un punct exterior [2].

Se găsesc astfel proiecțiile verticale a' și b' ale punctelor de tangență (s-a considerat numai soluția reprezentată în fig. 2, ca fiind mai avantajoasă pentru trasarea grafică a reprezentării). Se determină apoi proiecțiile orizontale a și b ale punctelor de tangentă, construind proiecțiile orizontale ale tangentelor t_1 și t_2. Tangentele găsite $T_1\,(t_1, t_1')$ și $T_2\,(t_2, t_2')$ sînt drepte concurente în punctul $K\,(k, k')$; ele determină planul în care se găsește centrul secțiunii rolei de ghidaj.

Rabaterea dreptelor T_1 și T_2 pe planul de front permite găsirea în adevărată mărime a unghiului dintre ele. Se duce bisectoarea acestui unghi și pe aceasta se consideră centrul rolei C. Se trasează cercul rolei de rază R, tangent în punctele E și I la dreptele T_1 și T_2. Folosind f'_3 ca axă de afinitate se determină proiecțiile centrului rolei (c, c') situate pe proiecțiile corespunzătoare ale bisectoarei unghiului dintre dreptele T_1 și T_2. Se determină în sfîrșit axele elipselor în proiecție verticală și orizontală precum și proiecțiile punctelor de tangentă $E\,(e, e')$ și $I\,(i, i')$.

Concluzii. Metoda expusă permite determinarea pe cale grafică a poziției rolei care poate ghida un cablu între doi scripeți. În acest mod poate fi stabilită și poziția avantajoasă a punctului unde direcția cablului trebuie să fie schimbată cu ajutorul unei role, funcție de poziția pe care o ocupă scripeții.

Primită la 17 aprilie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de geometrie descriptivă
și desen

BIBLIOGRAFIE

1. Charles H., Schumann C. E., *Descriptive Geometry.* Princeton, New Jersey, p. 165, 1940.
2. Ungureanu V., Radu N., *Geometrie descriptivă.* Curs dactilografiat, Iași, 1964.
3. Botez M. Șt., *Geometrie descriptivă.* EDP, Buc., 1965.
4. Tănăsescu A., *Geometrie descriptivă.* EDP, Buc., 1965.

UTILISATION DES MÉTHODES DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE DANS LES TRANSMISSIONS AVEC POULIS ET ROULEAUX

(Résumé)

On présente un procédé qui utilise les méthodes de la géométrie descriptive pour déterminer par voie graphique la position du rouleau qui assure le guidage d'un câble entre deux poulis placées dans deux plans concurrents.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.4.304

REZULTATE ȘI CONCLUZII PRIVIND EXPERIMENTAREA UNOR SISTEME DE APRINDERE CU SEMICONDUCTORI PE AUTOTURISMUL DACIA 1300

DE

TRAIAN VIDRAȘCU

1. Rolul activ al scînteii în instalațiile de aprindere a autovehiculelor [1] este aprinderea amestecului de aer și combustibil aspirat. Această scînteie, care apare la electrozii bujiei, este generată de bobina de inducție a sistemului de aprindere. Înalta tensiune produsă în secundarul acestei bobine trebuie să fie suficient de mare pentru a produce scîntei în toate condițiile de funcționare a motorului [2].

Motoarele cu combustie internă pentru automobile cer în condiții de temperatură joasă și umiditate ridicată o tensiune de circa 25 kV la electrozii bujiei pentru a avea loc descărcarea [3]. Ținînd seama de aceste cerințe am construit un sistem de aprindere de tip capacitiv [3], perfecționînd schema de principiu din [4]. Astfel, în timp ce în brevetul american energia condensatorului C (fig. 1) era de 30 mJ, identică cu cea a sistemului clasic de aprindere, în sistemul utilizat ea a ajuns la 80 mJ, cu posibilitatea dublării sale. S-a îmbunătățit de asemenea și circuitul de comandă al porții P a tiristorului Th.

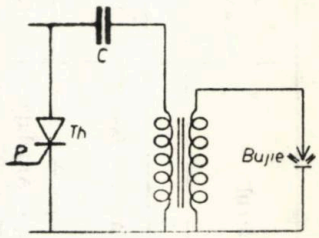


Fig. 1

2. Sistemul a fost montat în compartimentul motor al unui autoturism Dacia 1300, cu carburator Carfil 32 IRM—Weber, interpunîndu-se între acumulator și bobina de inducție originală a mașinii.

Încă de la începutul testelor, s-a observat o pornire foarte ușoară pe timp rece și o promptitudine mai bună a motorului la comenzile accelerației. S-a urmărit și consumul de benzină, care așa cum este dat în [5] unde nu se specifică numărul persoanelor transportate, este: 6,2 l/100 km pentru $v = 60$ km/h, 7,5 — 8 l/100 km la viteza de 80 — 90 km/h și 8,8 l/100 km la viteza de 100 km/h, în cazul sistemului clasic de aprindere.

Utilizînd două sisteme de aprindere cu semiconductori am alcătuit tabelul 1. S-a folosit mai mult sistemul de aprindere tip capacitiv cu o energie de 80 mJ și o distanță a electrozilor la bujie de 1,5 mm. Cînd s-a

Tabelul 1

Nr. crt.	Luna	Traseul	Nr. km parcurși	Consum benzină l	Consum l/100 km	Observații
1	2	3	4	5	6	7
1	martie	Iași — Trei Iazuri — Iași	114	6,6	5,789	3 persoane + 30 kg bagaje ; teren variat ; viteză 80 km/h ; distanța bujie 1 mm
2	aprilie	Piatra Neamț — Ardeluța — Lacu Roșu — Gheorghieni — Topliţa — Reghin — Tg. Mureș	322	22,2	7,02	2 persoane ; s-a mers în munți în viteza II și III ; s-a coborît cu frîna de motor ; atmosfera liniștită
3	mai	Tg. Mureș — Sighișoara — Odorhei — Sovata — Tg. Mureș	205	13,3	6,488	2 persoane ; teren deluros, variat, munte ; ploaie măruntă ; viteza 80 km/h
4	mai	Tg. Mureș — Reghin — Bistrița — Vatra Dornei — Cîmpulung-Moldovenesc — Gura Humorului — Pașcani — Iași	408	27,75	6,8	2 persoane ; primii 200 km în pantă și prin munți ; în munți s-a mers în vitezele II și III ; pe ultimii 200 km, la coborîre s-a mers cu 90—100 km/h
5	iunie	Șendreni (Galați) — Tecuci	67	4,150	6,19	3 persoane, teren plat ; viteza 60 km/h ; vînt în față lateral dreapta, de intensitate mică
6	iunie	Tecuci — Bîrlad — Vaslui	104	7,25	6,97	3 persoane ; teren plat ; viteza 90—100 km/h ; atmosferă calmă
7	iunie	Vaslui — Iași	69	3,5	5,070	3 persoane ; teren variat ; viteza 80 km/h ; atmosferă calmă

1	2	3	4	5	6	7
8	iunie	Vaslui — Bîrlad — Tecuci — Șendreni	170	11	6,46	3 persoane ; viteza 80 km/h pînă la Tecuci (104 km), restul cu 60 km/h ; atmosfera calmă
9	iunie	Iași — Vaslui	69	3,8	5,5	2 persoane ; teren deluros, variat ; viteza 80 km/h ; atmosfera calmă
10	iunie	Vaslui — Bîrlad — Tecuci — Șendreni	170	12,5	7,33	aprindere clasică ; 3 persoane ; pe porțiunea Vaslui—Tecuci s-a mers cu 80 km/h, restul cu 60 km/h ; teren plat ; atmosfera calmă
11	august	Mamaia (Constanța) — Slobozia — Urziceni — Ploiești — Sinaia	536	41,8	7,8	4 persoane + 60 kg bagaje ; teren în pantă (0—860 m altitudine) ; ploaie puternică și vînt intens ; pe porțiunea Constanța—Urziceni s-a mers cu vitezele II—III—IV
12	august	Iași — Piatra Neamț — Bicaz	164	11,5	7	4 persoane + 70 kg bagaje ; teren în pantă ; viteza 80 km/h ; atmosfera calmă
13	noiembrie	Iași — Vaslui — Bîrlad — Tecuci	172	11,4	6,62	2 persoane ; viteza 80 km/h ; atmosferă umedă ; vînt slab lateral dreapta față ; distanța la bujie 0,8 mm ; energia sistemului de aprindere 160 mJ
14	noiembrie	Tecuci — Vaslui — Iași	172	13,4	7,79	2 persoane ; viteza 80—90 km/h ; vînt puternic lateral față stînga ; diatanța bujie 0,8 mm ; energia sistemului capacitiv 160 mJ
15	noiembrie	Tecuci — Vaslui — Iași	173	11,150	6,44	3 persoane + 50 kg bagaje ; atmosferă rece, senină ; viteza 90—100 km/h ; sistem de aprindere tip inductiv (s-a folosit altă bobină de inducție) ; distanța la bujie 0,8 mm

schimbat distanța sau sistemul de aprindere, s-a specificat acest fapt la rubrica „Observații". A fost urmărit consumul de benzină atît pe distanțe scurte cît și lungi, în teren plat, deluros, muntos, la diferite viteze și cu sarcini diferite.

3. Din analiza datelor se desprind următoarele:

a) Pe distanțe pînă la 120 km, cu viteza de 80 km/h, în teren variat se observă un consum foarte bun, 6 l/100 km (punctele *1,7,9*). La punctul *5*, deși s-a circulat cu $v = 60$ km/h consumul este asemănător cu cel de la aprinderea clasică, dar mașina a trebuit să învingă și rezistența opusă de vîntul care bătea lateral în față. Diferența dintre punctele *7* și *9* își găsește o explicație în faptul că terenul prezintă o pantă mai mare de la Iași spre Vaslui, decît invers.

b) La peste 150 km distanță consumul ajunge de cca 6,5 l/100 km (punctele *3* și *8*).

c) Pe aceeași distanță și în condiții identice ca la punctul *8*, cu sistemul de aprindere clasică se obține un consum de 7,33 l/100 km, apropiat de cel dat în [5].

d) În munți consumul crește, dar nu exagerat, deși s-a circulat în treptele a II-a și a III-a de viteză și s-a folosit frîna de motor la coborîre. Rezultatele de la punctele *2* și *4* concordă, iar consumul mediu este inferior celui dat în [5]. Explicația ar consta în faptul că energia mai mare a scînteii mărește cu cîteva procente puterea motorului, asigurînd o funcționare și o comportare mai bună a mașinii în munți, energia potențială cîștigată de mașină prin urcarea pe munte este mai bine convertită în energie cinetică la coborîre, chiar dacă se circulă cu viteze de 90 — 100 km/h (punctul *4*).

e) La mersul pe distanțe lungi în pantă — punctele *11* și *12* — consumul de benzină a crescut dar nu exagerat și ținînd seama de condițiile specificate, rezultatele pot fi apreciate ca bune.

f) La viteze de 90 — 100 km/h consumul ajunge la 7 l/100 km, datorită rezistenței aerului, dar este cu 1 — 1,8 l mai mic decît la aprinderea clasică. Explicația constă în faptul că energia scînteii sistemului clasic, deși mică (30 mJ) se micșorează și mai mult, odată cu creșterea turației arborelui motor, datorită micșorării curentului prin bobina primară [3]. În sistemul capacitiv folosit, valoarea tensiunii în secundar rămîne constantă pînă la 9000 rot/min.

g) Atunci cînd vîntul bate în față, sau lateral față, sau atmosfera e mai densă, consumul de benzină crește; așa se explică diferențele dintre punctele *13 — 14* și *13 — 8*.

h) Un rezultat neașteptat se observă la punctul *15*, unde folosind un sistem de aprindere de tip inductiv de 80 mJ și circulînd cu viteza de 90 — 100 km/h se obține un consum de benzină mai mic ca la sistemul capacitiv de la punctul *6*. Totodată s-a observat un răspuns mai prompt al motorului la comanda accelerației, față de sistemul capacitiv, în special în domeniul turațiilor joase.

4. Se poate conchide că sistemele de aprindere cu semiconductori folosite asigură o pornire ușoară, măresc suplețea motorului, elimină reglajele frecvente ale aprinderii și aduc o economie de benzină de 10 — 20% pentru viteze de 80 — 100 km/h, confirmînd cele arătate în [6].

Primită la 27 februarie 1978

Universitatea „Al. I. Cuza", Iași,
Laboratorul de electricitate
„Ștefan Procopiu"

BIBLIOGRAFIE

1. Breslașu Gh., *Introducerea tranzistoarelor la instalațiile de aprindere ale autovehiculelor.* Centrul de documentare și publicații tehnice, Ministerul Căilor Ferate, 1967.
2. Fransua A., Raicu V., *Echipamentul electric al automobilelor.* Ed. tehn., Buc., pp. 188—253, 1966.
3. Del Zotto G., *Sistemi di ascensione a semiconduttori per motori a scoppio d'automobile.* Elettronica e Telecomunicazionni, *2*, 51—57 (1972).
4. Winterburn F. L., *Ignition System.* Brevet S.U.A. nr. *3.564.581*, 16 februarie 1971.
5. Brebenel A., Mondiru C., Fărcășanu I., *Autoturismul Dacia—1300.* Ed. tehn., Buc., p. 18, 1975.
6. Aramă C., Șerbănescu A., *Economia de combustibil la automobile.* Ed. tehn., Buc., pp. 48—50, 1974.

RESULTS AND CONCLUSIONS REGARDING THE EXPERIMENTATION OF SOLID-STATE IGNITION SYSTEMS ON THE DACIA—1300 AUTOMOBILE

(Summary)

In this paper some observations regarding the experimentation of solid-state ignition systems on the Dacia—1300 automobile are presented. It is shown that the use of these systems can lead to gasoline economy.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. K. 621.438

DIE ANWENDUNG DES BEGRIFFES „GRENZLEISTUNGSTURBINE" ALS VERGLEICHSKRITERIUM DER VON VERSCHIEDENEN ARBEITSMITTELN ANGETRIEBENEN KONDENSATIONSTURBINEN

VON

RONALD PERETZ und DAN URSESCU

In der vorliegenden Arbeit zeigt man die Möglichkeit die Haupteigenschaften der Kondensationsturbine, abhängig vom Arbeitsmittel das den Kreisprozess durchläuft, mit Hilfe des Begriffes „Grenzleistungsturbine" zu kennzeichnen.

Heutzutage tritt die Forschungsrichtung für die Rückgewinnung von Energie aus sekundären Energiequellen in den Vordergrund. Eine Möglichkeit, die Wärme aus den Arbeitsmitteln mit relativ niedriger Temperatur (50°C ... 60°C) zu verwenden, ist die Umwandlung in elektrische Energie und zwar durch Einschalten einer Kondensationsturbine in einem Rankineprozess, der zwischen der Wärmequelle und der Wärmesenke verläuft (Abb. 1).

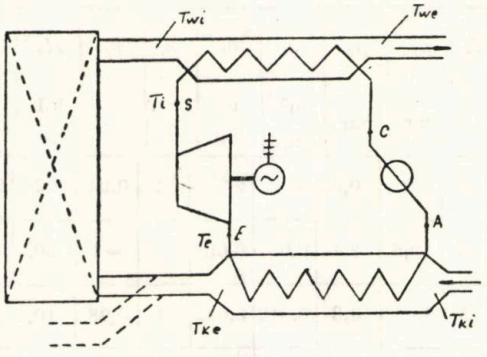


Abb. 1

Wenn Wasserdampf, also das klassische Arbeitsmittel benützt wird, dann ist dieser Arbeitsbereich durch niedrige Druckwerte und große spezifische Volumen gekennzeichnet, wie aus Tabelle 1 ersichtlich ist. Das hat als Auswirkung große Abmessungswerte für die Einzelturbine. Es stellt sich nun die Frage, welche Vorteile ein anderes Arbeitsmittel bringen

könnte, bezüglich auf den Turbinenbau, die Arbeitsdruckwerte und spezifische Volumen, sowie auf die benötigten Durchflussmengen von Heiz- und Kühlmittel. Man darf aber auch darüber nicht hinweggehen, daß andere Arbeitsmittel als Wasserdampf wichtige Nachteile aufzeigen können, wie z.B. Schmierschwierigkeiten, Korrosion, Toxizität, eine teuere Abdichtung usw.

Im nun Folgenden werden Turbinen verglichen, die dieselbe Wärmequelle und Wärmesenke benützen, sich aber durch verschiedene Enthalpiegefälle, deren Werte von der Art des Arbeitsmittels bedingt sind, unterscheiden.

Es werden folgende Annahmen gemacht:

1) Die verglichenen Turbinen entfalten dieselbe Leistung.

2) Diese Einzelturbinen sind gleichzeitig Turbinen mit Grenzleistung (die obere Leistungsgrenze ist durch die mechanische Beanspruchung der Schaufeln bedingt), deren Anlagekosten minimal sind.

Die Schlußfolgerungen einer solchen Vergleichung sind für die Wahl der optimalen Lösung nicht ausreichend; diese verlangt außerdem noch die technische und wirtschaftliche Beurteilung anderer Teile der Anlage (die Wärmeaustauscher für Verdampfung und Kondensierung des Arbeitsmittels, Speise- und Vakuumpumpen, Regel- und Abdichtungssysteme u.a.).

Als Beispiel vergleichen wir im Folgenden die Bauarten der Turbinen, die mit folgenden Arbeitsmitteln betrieben werden: Wasserdampf. Ammoniak, Freon 12 u. Freon 22. Die Wärmequelle hat eine Temperatur von 70°C, die Abwärme wird bei 25°C abgegeben. Die Eintrittstemperatur des Arbeitsmittels in die Turbine $T_i = 60°C$ (es wird ein Temperaturgefälle von 10 grd angenommen), die Austrittstemperatur soll $T_e = 35°C$ sein. Aus den $p - i$, $i - S$ Diagrammen werden die benötigten Rechenwerte entnommen (Tabelle 1).

Tabelle 1

Parameter / Arbeitsmittel	T_i °C	T_e °C	p_i bar	p_e bar	v_i $\frac{m^3}{kg}$	v_e $\frac{m^3}{kg}$	x_i —	x_e —	H_0 $\frac{kJ}{kg}$	$q_{vap.}$ $\frac{kJ}{kg}$	$q_{cond.}$ $\frac{kJ}{kg}$	$\frac{H_0}{q_{vap.}}$ —	$\frac{H_0}{q_{cond}}$ —
Wasserdampf	60	35	0,2	0,05	8	27	1	0,94	192	2 420	2 273	$\frac{7,93}{100}$	$\frac{8,4}{100}$
Ammoniak	60	35	19,6	13,7	0,07	0,095	—	~1	50,2	1 101	113,5	$\frac{4,56}{100}$	$\frac{4,51}{100}$
Freon 12	60	35	15	8,3	0,012	0,022	1	0,98	10,5	117	134	$\frac{8,95}{100}$	$\frac{7,84}{100}$
Freon 22	60	35	24,5	13,7	0,01	0,016	1	0,92	14,7	138	153	$\frac{10,67}{100}$	$\frac{9,61}{100}$

Die in der Tabelle 1 eingetragenen Parameter können einer Vergleichsanalyse unterzogen werden, die wichtige Schlußfolgerungen erlaubt. Während für Wasserdampf die Turbine mit Eintrittsunterdruck arbeitet ($p_i^a = 0,2$ bar), haben wir bei NH_3, R12, R22 Überdruck sowohl beim

Eintritt, als auch beim Austritt aus der Turbine (Eintritt in den Kondensator): $p_e^{NH_3} = 13{,}7$ bar; $p_e^{R12} = 8{,}3$ bar; $p_e^{R22} = 13{,}7$ bar. Während beim Wasserdampf große Anderungen des spezifischen Volumen stattfinden: $(v_e/v_i)^a = 3{,}4$ sind dieselben bei anderen Arbeitsmitteln wesentlich kleiner: $(v_e/v_i)^{NH_3} = 1{,}4$; $(v_e/v_i)^{R12} = 1{,}8$; $(v_e/v_i)^{R22} = 1{,}6$. Dies ist für die Wahl des Laufraddurchmessers wichtig, der bei verschiedenen Stufen gleichwertig oder verschieden gewählt werden kann.

Von besonderer Wichtigkeit ist der Parameter H_0/q_{vap} (bezogen auf einen Durchfluss von 1 kg/s des Heizmittels) der der abgegebenen Turbinenleistung proportional ist. Dieser Faktor veranschaulicht infolgedessen den Verbrauch des Heizmittels. Man bemerkt (Tabelle 1) ungefähr gleiche Werte für Wasserdampf R12 u. R22, die aber doppelt so groß sind wie bei NH_3.

Die von der Turbine abgegebene Leistung ist

$$P = GH_0\eta_E . \tag{1}$$

Die maximale Leistung der Turbine ist von dem mechanischen Widerstand des Schaufelmaterials der letzten Stufe begrenzt; hier sind die Schaufeln länger als bei den vorausgehenden Stufen als Folge größerer spezifischer Volumen des Arbeitsmediums in diesem Teilbereich. Es ist zweckmäßig, das Laufrad der letzten Stufe zu analysieren, da die anderen Laufräder keiner wesentlich größerer mechanischen und thermischen Belastung ausgesetzt sind, wie bei Gasturbinen der Fall ist.

Die Grenzleistung der Turbine wird mit Gl. (2) berechnet:

$$P_{\lim} = 527\,000\,\frac{H_0\,(G_eH_0)^{0,5}\,\tau_e}{v_e\,n^2}\,\frac{\sigma_{adm}}{2\rho_m}\,\eta_E . \tag{2}$$

Wenn man Wasserdampf a als Vergleichsmittel gebraucht, kann man für ein beliebiges anderes Arbeitsmittel x schreiben:

$$\frac{P_{\lim}^{(x)}}{P_{\lim}^{(a)}} = \left(\frac{H_0^x}{H_0^a}\right)^{1,5}\left(\frac{n^x}{n^a}\right)^{-2}\left(\frac{v_e^x}{v_e^a}\right)^{-1} K , \tag{3}$$

wobei

$$K = \left(\frac{G_e^x}{G_e^a}\right)^{0,5}\left(\frac{\tau_e^x}{\tau_e^a}\right)\left(\frac{\sigma_{adm}^x}{\sigma_{adm}^a}\right)\left(\frac{\rho_m^x}{\rho_m^a}\right)^{-1}\left(\frac{\eta_e^x}{\eta_e^a}\right) . \tag{4}$$

Wenn für den Auslaßverlustkoeffizienten die bestimmten Werte: $G_e = 0{,}015 \ldots 0{,}03$ gelten, können wir annehmen, daß $(G_e^x/G_e^a)^{0,5} \simeq 1$.

Seinerseits variiert der Verengungsfaktor τ_e in einem engen Bereich $0{,}8 \ldots 0{,}95$ und die Annahme $\tau_e^x \simeq \tau_e^a$ ist für die verglichenen Turbinen gerechtfertigt.

Nehme man noch an, daß das Schaufelmaterial dasselbe ist:

$$\sigma_{max}^x = \sigma_{max}^a , \qquad \rho_m^x = \rho_m^a .$$

Schließlich sei auch angenommen, daß die richtig entworfenen Turbinen auch einem maximalen Wirkungsgrad besitzen, also $\eta_e^x \simeq \eta_e^a$.

Sich auf die oben erwähnten Annahmen berufend, erhält man:

$$K \simeq 1. \tag{5}$$

Die verglichenen Turbinen geben dieselbe Leistung ab und zwar deren Grenzleistung:

$$P^x_{\lim} = P^a_{\lim} = P^x = P^a . \tag{6}$$

Aus (3), indem man (5) und (6) berücksichtigt:

$$\frac{n^x}{n^a} = \left(\frac{H^x_0}{H^a_0}\right)^{0,75} \left(\frac{v^x_e}{v^a_e}\right)^{-0,5} . \tag{7}$$

Aus den Gl. (1) und (6) erhält man:

$$\frac{G^x}{G^a} = \left(\frac{H^x_0}{H^a_0}\right)^{-1} . \tag{8}$$

Für die volumetrische Durchflußmenge gilt Gl. (9), die (8) berücksichtigt:

$$\frac{V^x}{V^a} = \left(\frac{H^x_0}{H^a_0}\right)^{-1} \frac{v^x_e}{v^a_e} . \tag{9}$$

Die Umfangsgeschwindigkeit für die Schaufeln der letzten Stufe ist:

$$u_e = \left(\frac{\sigma_{\max}}{2\rho_m} : \frac{d_e}{l_e}\right)^{0,5} . \tag{10}$$

Es ist zweckmäßig die Annahme zu machen, daß: $d^x_e/l^x_e \simeq d^a_e/l^a_e$. Folglich

$$u^x_e = \frac{\pi\, d^x_e\, n^x}{60} = u^a_e = \frac{\pi\, d^a_e\, n^a}{60} \tag{11}$$

und

$$\frac{d^x_e}{d^a_e} = \left(\frac{n^x}{n^a}\right)^{-1} = \left(\frac{v^x_e}{v^a_e}\right)^{0,5} \left(\frac{H^x_0}{H^a_0}\right)^{-0,75} . \tag{12}$$

Die Ergebnisse der Berechnung auf Grund der in Tabelle 1 eingetragenen Werte sind in Tabelle 2 vorgemerkt.

Tabelle 2

Arbeitsmittel	$\frac{n^x}{n^a}$	$\frac{G^x}{G^a}$	$\frac{V^x}{V^a}$	$\frac{d^x_e}{d^a_e}$	$\frac{u^x_e}{u^a_e}$	$\frac{P^x}{P^a}$
Wasserdampf	1	1	1	1	1	1
Ammoniak	6	3,8	$\frac{1}{74}$	$\frac{1}{6}$	1	1
Freon 12	4	18,3	$\frac{1}{67}$	$\frac{1}{4}$	1	1
Freon 22	6	13	$\frac{1}{129}$	1,6	1	1

Die erwähnten Angaben gestatten die Berechnung der Drehzahlen, der massischen- und volumetrischen Durchflußmengen, sowie der Durchmesser der letzten Stufen für Turbinen mit NH_3, R12, R22 in Verhältnis zu einer konventionellen Einheitsturbine mit Wasserdampf, die dieselbe Leistung abgibt. Durch Ersetzen des Wasserdampfes mit anderen Arbeitsmitteln erreicht man einen geringeren Bauaufwand und eine größere Drehzahl der Turbine, also konstruktive Vorteile. Die kleineren Veränderungen des spezifischen Volumens, die kennzeichnend für andere Arbeitsmitteln als Wasserdampf sind, können das Ersetzen von Turbinen mit variablen Mitteldurchmesser durch solche mit gleichbleibenden Mitteldurchmesser in gewissen konkreten Fälle zweckmäßig machen. Indem man von allen technischen und wirtschaftlichen Überlegungen ausgehend, die Vor- und Nachteile des Ersetzens von Wasserdampf durch andere Arbeitsmittel in einer Anlage mit Kondensationsturbine für Rückgewinnung von Energie aus sekundären Energiequellen einer kompleten Analyse unterzieht, entsteht die Möglickheit, das optimale Arbeitsmittel zu wählen und dementsprechend die Turbine sowie auch die anderen Teile der Anlage zu entwerfen.

Formelzeichen

d	— mittlerer Durchmeßer der Schaufeln, m	H_0	— Wärmegefälle in der Turbine, kJ kg^{-1}
l	— Schaufellänge, m	P	— Turbinenleistung, kW
n	— Drehzahl, U/min	T	— Temperatur, °C
p	— Druck, bar	V	— Volumendurchsatz, m^3 s^{-1}
q_{vap}	— Verdampfungswärme, kJ kg^{-1}	η	— Wirkungsgrad
q_{cond}	— Kondensationswärme, kJ kg^{-1}	G	— Auslaßverlustkoeffizient
u	— Umfangsgeschwindigkeit, m s^{-1}	τ	— Verengungsfaktor
v	— spezifisches Volumen, m^3 kg^{-1}	σ_{max}	— maximale Spannung an der Schaufelbasis, N m^{-2}
x	— Dampfgehalt		
G	— Massenstrom, Dampfmenge, kg s^{-1}	ρ	— Dichte, kg m^{-3}

Indizes

i	— Eintritt in die Turbine	adm	— zulässig
e	— Austritt aus der Turbine	m	— Material
E	— effektiv	x	— beliebiges Arbeitsmittel
lim	— Grenze	a	— Wasserdampf

Eingegangen am 7. Juni 1978

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstul von Wärmetechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Ursescu D., Zubcu V., *Turbine cu abur şi gaze.* P. I, Inst. polit. Iaşi, 1974.
2. Ursescu D., Gutman M., Peretz R., *The Redeeming of Waste-heat by Means of Low-pressure Turbines.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XXII (XXVI), *3—4*, s. IV (1976).
3. Müller C. F. (Ed.) *Kältemaschinenregeln.* 5. Aufl., Karlsruhe-West.
4. Peretz R., Diplomarbeit, Technische Hochshule, Jassy, 1974.

UTILIZAREA NOŢIUNII DE „TURBINĂ DE PUTERE LIMITĂ“ DREPT CRITERIU DE COMPARAŢIE A CARACTERISTICILOR DE LUCRU ALE TURBINELOR CU CONDENSAŢIE

(Rezumat)

În lucrare se studiază posibilitatea de comparare a principalelor caracteristici ale unei turbine cu condensaţie într-un ciclu Rankine, funcţie de agentul de lucru, folosind noţiunea de turbină de putere limită.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.01

CERCETAREA TEORETICĂ ŞI EXPERIMENTALĂ A DISPOZITIVELOR DE COPIAT HIDRAULICE PRIN EXCITARE DE PRESIUNE

DE

I. CONDREA

Nici o metodă, teoretică sau experimentală, nu permite cercetarea exhaustivă a dispozitivelor de copiat hidraulice ; utilizarea unor metode diferite face posibilă o cunoaştere mai amănunţită a performanţelor, indicînd căile de îmbunătăţire a acestora. În acest sens, informaţii suplimentare privind funcţionarea dispozitivelor de copiat hidraulice pot fi obţinute prin cercetarea caracteristicii de frecvenţă prin excitarea presiunii.

Dispozitivul prezentat în fig. 1 a fost studiat în lucrări anterioare [1], [2], [3], cînd debitul furnizat de pompă s-a considerat constant ; în această situaţie, deplasarea saniei rezultă din modificarea rezistenţelor realizate de sertăraşul de comandă şi de supapa de sensibilitate. În cazul de faţă, pentru a deduce funcţia de transfer care să exprime reacţia la frecvenţă a sistemului hidraulic de urmărire, se va suprapune peste debitul constant, un debit sinusoidal q, utilizînd o pompă cu un piston, cu excentric, care alimentează camera cu tijă printr-o rezistenţă ajustabilă.

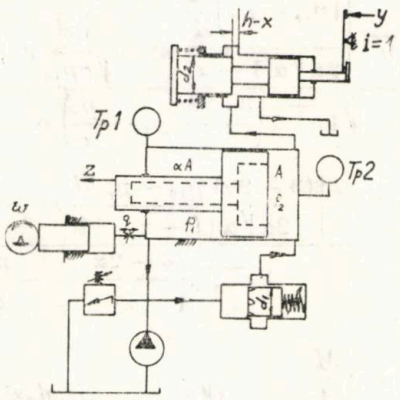


Fig. 1

Ecuaţiile de continuitate devin :

$$Q_1 = Q_{10} + \alpha A v + q, \tag{1}$$

$$Q_2 = Q_{10} - (1 - \alpha) A v + q. \tag{2}$$

Impunînd ca palpatorul să rămînă nemișcat ($y = 0$), semnalul de eroare este

(3) $$x = -iz.$$

Considerînd sarcina exterioară nulă, ecuația de mișcare a saniei se scrie sub forma

(4) $$Ap_2 = \alpha A p_1 + M \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}.$$

Aplicînd transformata Laplace, ecuațiile (1), (2) și (4) devin:

(1′) $$Q_1 = Q_{10} + \alpha A s z + q,$$

(2′) $$Q_3 = Q_{10} - (1 - \alpha) A s z + q,$$

(4′) $$(p_2 - \alpha p_1) A = M s^2 z.$$

Se consideră și ecuațiile care reprezintă caracteristicile supapei și sertarului [1]:

(5) $$p_2 = \left[1 + \frac{2B^2 Q_{10}^2}{(p_{10} - p_e)^3}\right] p_1 - \frac{2B^2 Q_{10}}{(p_{10} - p_e)^2} Q_1 - \frac{B^2 Q_{10}}{(p_{10} - p_e)^3} (p_{10} + p_e),$$

(6) $$p_2 = 2p_{20}\left(\frac{Q_3}{Q_{10}} - \frac{1}{2} + \frac{\pi d_2 k_2 i \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{10}}}{Q_{10}} x\right).$$

Eliminînd z, x, Q_1, Q_3 din ecuațiile de mai sus și aplicînd semnalul sinusoidal $q = |q| e^{j\omega t}$, se obțin, pentru presiunile p_1 și p_2 (în cele două camere ale cilindrului), ecuațiile:

(7) $$p_1 = p_{10} + \frac{2B\sqrt{p_{10}}\left[\frac{\left(p_{10} - p_e\right)\frac{M}{A}}{2\alpha\sqrt{\alpha(1-\alpha)}} s^2 + \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{\alpha p_{10}}} s + \pi i k_2 d_2\right]}{\sqrt{1-\alpha}\left(\frac{3-2\alpha}{\alpha} p_{10} - \frac{p_e}{\alpha}\right) N} q,$$

(8) $$p_2 = \alpha p_{10} + \frac{2B\alpha\sqrt{p_{10}}\left[\frac{(3-2\alpha) p_{10} - p_e}{2\alpha\sqrt{\alpha(1-\alpha)}} \frac{M}{A} s^2 + \frac{A}{\sqrt{\alpha p_{10}}} s + \pi i k_2 d_2\right]}{\sqrt{1-\alpha}\left(\frac{3-2\alpha}{\alpha} p_{10} - \frac{p_e}{\alpha}\right) N} q,$$

unde

$$N = \frac{\sqrt{\alpha(1-\alpha)}\frac{M}{A}}{2B p_{10}} s^2 + \frac{A\sqrt{\alpha}}{\sqrt{p_{10}}} s + \frac{\pi i k_2 d_2 \alpha^2 (3p_{10} - p_e)}{(3-2\alpha) p_{10} - p_e}.$$

Înregistrarea oscilațiilor presiunii, cu ajutorul oscilografului, se face prin aplicarea de traductoare inductive la cele două camere ale cilindrului. Pentru realizarea unei amplitudini constante a presiunii, $\mathcal{P}_1 = p_1 - p_{10}$, se intervine asupra excitatorului hidraulic, modificînd atît excentricitatea,

cît și rezistența. Dacă se notează cu $\mathcal{P}_2 = p_2 - p_{20} = p_2 - \alpha p_{10}$, amplitudinea presiunii oscilatorii din camera fără tijă, care constituie mărimea de ieșire, funcția de transfer se definește ca fiind

$$W(j\omega) = \frac{\mathcal{P}_2}{\alpha \mathcal{P}_1} = \frac{p_2 - \alpha p_{10}}{\alpha (p_1 - p_{10})} = \tag{9}$$

$$= \frac{\left[2\pi\alpha\sqrt{\alpha(1-\alpha)}\, ik_2 d_2 B p_{10} - \{(3-2\alpha)\, p_{10} - p_e\}\frac{M}{A}\omega^2\right] + j\omega\left[2\sqrt{1-\alpha}\, B\sqrt{p_{10}}\, A\right]}{\left[2\pi\alpha\sqrt{\alpha\,(1-\alpha)}\, ik_2\, d_2\, B p_{10} - \frac{(p_{10} - p_e)}{\alpha}\frac{M}{A}\omega^2\right] + j\omega\left[2\sqrt{1-\alpha}\; B\sqrt{p_{10}}\; A\right]}.$$

Cu datele constructive prezentate în [1], funcția de transfer devine

$$W(j\omega) = \frac{5{,}22 \cdot 10^4 - 1{,}145\ \omega^2 + 76\ j\omega^2}{5{,}22 \cdot 10^4 - 0{,}22\ \omega^2 + 76\ j\omega^2}.$$

Anulînd partea reală a numitorului, se obține frecvența de rezonanță, fără amortizare,

$$\nu_{rez} = \sqrt[4]{\alpha^3(1-\alpha)}\, \frac{\sqrt{ik_2\, d_2\, B\, \frac{A}{M}}}{\sqrt{2\pi(1-\psi)}} = 77{,}5 \text{ Hz}, \tag{10}$$

iar prin anularea părții reale a numărătorului, se obține frecvența de absorbție rezonantă, fără amortizare,

$$\nu_{abs} = \sqrt[4]{\alpha^3(1-\alpha)}\, \frac{\sqrt{ik_2\, d_2\, B\, \frac{A}{M}}}{\sqrt{2\pi\,(3-2\alpha-\psi)}} = 34 \text{ Hz}. \tag{11}$$

Comparînd frecvența naturală fără amortizare, în cazul excitării y a palpatorului [1], cu frecvența de rezonanță pentru excitația de presiune (10), rezultă

$$\frac{\nu_h}{\nu_{rez}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2\alpha}{3-\psi}}}, \tag{12}$$

adică raportul celor două frecvențe nu depinde decît de raportul ariilor α și de raportul $\psi = p_e/p_{10}$ dintre presiunea prestabilită prin intermediul arcului supapei de presiune constantă și presiunea din camera inelară a cilindrului. Deci, cunoscînd acest raport, se poate estima frecvența naturală ν_h a sistemului hidraulic de urmărire măsurînd ν_{rez}.

Pentru a afla frecvențele de rezonanță și de absorbție rezonantă reale se anulează derivata modulului funcției de transfer. Observînd că funcția de transfer poate fi pusă sub forma

$$W(j\omega) = \frac{a - b\omega^2 + cj\omega}{a - d\omega^2 + cj\omega}, \qquad \text{rezultă} \qquad |W|^2 = \frac{(a - b\omega^2)^2 + c^2\omega^2}{(a - b\omega^2)^2 + c^2\omega^2},$$

de unde se obțin cele două frecvențe, de rezonanță (+) și de absorbție (−):

$$(13) \qquad \nu_{r,a} = \sqrt{\frac{a^2(b+d) \pm a^4(b-d)^2 + a^3c^2(b+d)}{c^2(b+d) - 2abd}}.$$

Introducînd valorile parametrilor constructivi și funcționali, rezultă $\nu_r = 97$ Hz ; $\nu_a = 27{,}6$ Hz.

În fig. 2 este prezentată caracteristica atenuare—frecvență teoretică (linie continuă) a sistemului hidraulic de urmărire real (amortizat) ; punctele determinate experimental confirmă curba teoretică, mai ales dacă se ține seama de dificultatea ridicării unor astfel de puncte.

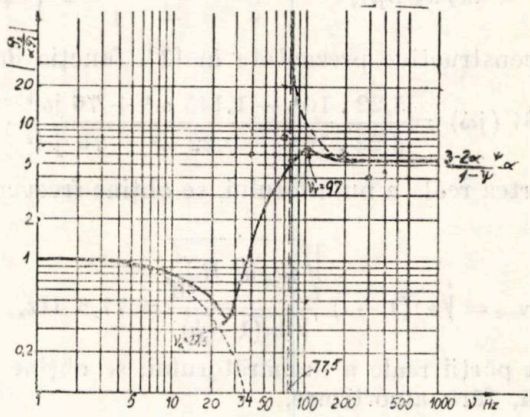


Fig. 2

Analiza de mai sus arată că dinamica dispozitivului de copiat depinde mai ales de rigiditatea arcului supapei și de raportul dintre presiunea prestabilită p_e și presiunea de echilibru static p_{10}.

Primită la 1 iunie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Condrea I., *Studiu privind dinamica dispozitivului de copiat hidraulic model CIMATIC 6BM2—MI/C.* Bul. Inst. polit. Iași, XIX (XXIII), *3—4*, s. IV (1973).
2. Condrea I., Nestor T., Silion D., *Studiul analitic al dinamicii dispozitivului de copiat model CIMATIC 6BM2—MI/C prin metoda liniarizării armonice.* Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *1—2*, s. IV (1975).
3. Condrea I., Burgard Vl., Nestor T., *Cercetarea experimentală a sistemelor hidraulice de urmărire ale strungurilor de copiat.* Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *3—4*, s. IV (1975).
4. Takashi Nakada, *Analyse dynamique de la commande hydraulique du tour à reproduire + GF + KDM — 18.* KDM Inf., *8* (1963).

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTAL DES DISPOSITIFS HYDRAULIQUES DE COPIAGE PAR EXCITATION DE PRESSION

(Résumé)

On présente les résultats d'une recherche théorique et expérimentale, par excitation de pression, d'un dispositif hydraulique de copiage.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.09

CONCEPȚIA UNEI MAȘINI-UNELTE PENTRU RECTIFICAREA ROLELOR DE LA CAJELE DE LAMINARE

DE

D. ZETU, I. CONDREA și GH. UNGUREANU

1. Introducere. În lucrare sînt prezentate unele aspecte privind concepția unei mașini semiautomate de rectificat prin copiere a rolelor de laminor. Realizarea unei astfel de mașini a fost impusă de necesitățile reale ale Întreprinderii metalurgice din Iași privind autodotarea cu utilaj de fabricație românească care să rezolve problema producerii rolelor de la cajele laminoarelor pentru țevi sudate. Rezolvarea acestei probleme vine în întîmpinarea sarcinilor care revin întreprinderilor constructoare de mașini privind eliminarea importurilor de utilaje.

2. Stabilirea schemei de lucru. În abordarea problemei propuse s-a pornit de la analiza procesului tehnologic de generare a unor suprafețe complexe, analiză care a condus la stabilirea schemei de lucru prezentată în fig. 1. Pentru realizarea procesului de abrazare, scula S execută mișcarea principală de rotație *1*, iar piesa P execută mișcarea de avans circular *2*. Pentru a realiza profilul rolei, se compun mișcările de avans de transport *3*, realizate de către discul abraziv, și de avans de copiere *4*, realizat de către piesa P care formează cu șablonul M un ansamblu rigid.

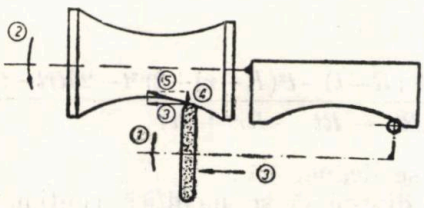


Fig. 1

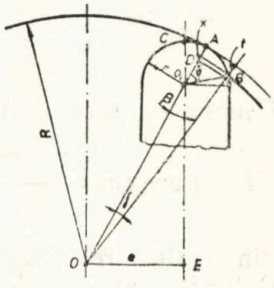


Fig. 2

Ansamblul piesă-șablon este menținut în contact permanent cu rola R, solidară cu discul abraziv, printr-un sistem cu contragreutate. Se realizează astfel un proces de copiere mecanică în circuit deschis. Alegerea acestui sistem ce copiere este justificată prin efortul mic de așchiere ; uti-

lizarea unui sistem cu legătură inversă ar fi complicat construcția mașinii și, în plus, ar fi condus la o structură care putea ridica probleme privind vibrațiile, cu consecințe negative mai ales în procesele de abrazare.

Deoarece, așa cum se observă în fig. 2, discul abraziv lucrează pe o porțiune redusă de arc de cerc, procesul de abrazare capătă un caracter mai complex, desfășurîndu-se în condiții mai grele decît în cazul rectificării cilindrice (coeficient de abrazare redus). Pornind de la schema din fig. 2, unde este prezentată o poziție curentă a discului abraziv, se determină următoarele elemente ale contactului disc-piesă:

A. Poziția arcului de contact disc-piesă, pornind de la ΔOO_1E, din care rezultă

$$\sin \beta = \frac{e}{R-r}, \tag{1}$$

unde: e — deplasarea axială a discului față de planul de simetrie al piesei; R — raza de curbură a profilului piesei; r — raza de rotunjire a discului. Cu aceasta, deplasarea punctului de contact dintre disc și piesă, $CA = l_1$, este

$$l_1 = r \arcsin \frac{e}{R-r}. \tag{2}$$

B. Lungimea AB a arcului de contact disc-piesă, cu notațiile din fig. 2, se determină astfel:

$$\cos \gamma = \frac{2R^2 - 2Rt + t^2 - 2Rr}{2(R^2 - Rt - Rr + rt)} = \frac{R - t - x}{R - t}, \tag{3}$$

de unde rezultă

$$x = (R - t)(1 - \cos \gamma). \tag{4}$$

Pe de altă parte, din ΔO_1BD, rezultă

$$\cos \varphi = \frac{r - t - (R - t)(1 - \cos\gamma)}{r} \tag{5}$$

și deci lungimea arcului de contact este:

$$l = r \arccos \frac{2Rr(R-r) - 2Rt(R-t) - t^2(R-r) + 2r^2t - 2Rrt - t^3}{2(R^2 - Rt - Rr + rt)}. \tag{6}$$

Din analiza relațiilor deduse, se deduce că:

a) Poziția arcului de contact disc-piesă se modifică continuu, deplasîndu-se în funcție de e; are loc deci o rulare cu alunecare care uniformizează uzura discului.

b) Lungimea arcului de contact depinde numai de raza R a piesei, de raza rolei (egală cu raza de rotunjire a discului abraziv) și de adîncirea de așchiere t; ea nu depinde de deplasarea e, fiind constantă de-a lungul profilului prelucrat (în cazul rolelor de laminor cu profil în arc de cerc).

3. Stabilirea schemei de acționare. Pornind de la necesitatea realizării unui proces de lucru liniștit, fără vibrații, precum și pe baza analizei unor construcții de mașini de rectificat prin copiere, s-a stabilit ca acționarea mișcării principale a discului abraziv, a mișcării de avans circular al piesei și a mișcării de avans de transport să se realizeze utilizînd hidromotoare rotative. Caracteristicile mișcării principale impun utilizarea unui hidromotor cu turație ridicată și cuplu mare. Pentru mișcarea de avans circular se impune alegerea unui hidromotor cu cuplu mare și turație medie, iar pentru mișcarea de avans de transport s-a adoptat un hidromotor de turație joasă.

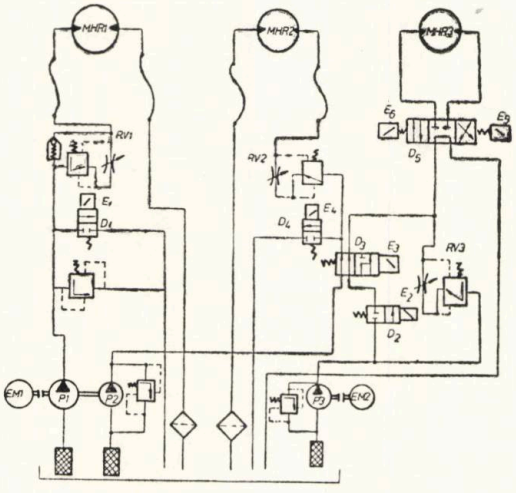


Fig. 3

În alcătuirea schemei hidraulice de acționare s-a avut în vedere utilizarea rațională a pompelor în vederea realizării atît a mișcărilor de lucru (debite mici), cît și a mișcărilor rapide (debite mari). Pentru reglarea vitezelor, avînd în vedere realizarea unei deplasări uniforme, independentă de variațiile sarcinii, s-au folosit regulatoare de debit. A rezultat schema de acționare hidraulică a mașinii, prezentată în fig. 3.

Descărcarea totală a pompelor P1, P2 și P3 în fazele de staționare se realizează utilizînd electrovalvele D_1, D_2 și D_5 (poziția mijlocie), respectiv. Avansul rapid de revenire în poziția inițială a pietrei (MHR3) se realizează prin cumularea debitelor pompelor P2 și P3 folosind electrovalva D_3.

Primită la 1 ianuarie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Condrea I., *Hidraulica mașinilor-unelte*. Tipar-Rotaprint, Inst. polit. Iași, 1971.
2. Богданович Л. Б., *Объемные гидроприводы*. Техника, Киев, 1971.

CONCEPTION D'UNE MACHINE-OUTIL À RECTIFIER LES ROULEAUX POUR CAGES DE LAMINOIR

(Résumé)

On présente quelques aspects concernant la conception d'une machine-outil semi-automatique à rectifier par copiage des rouleaux pour cages de laminoir. Il en résulte un schéma hydraulique sans feed-back.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.02

EXCENTRICUL CIRCULAR CA ELEMENT DE AMPLIFICARE ÎN MECANISMELE DE STRÎNGERE ALE DISPOZITIVELOR

DE

N. GOJINEȚCHI

Cu toate deficiențele [1], [2], [3], legate de variația subiectivă a forțelor de strîngere, mecanismele cu excentric sînt și vor fi folosite în continuare în construcția dispozitivelor de prindere, datorită simplității execuției.

Variația forțelor de strîngere este legată de variația forței de acționare dezvoltată de operator, funcție de calitățile fizice, grad de oboseală etc. [2], [3], precum și de faptul că excentricul este un element care realizează rapoarte de amplificare variabile, funcție de o serie de parametri constructivi-funcționali.

Obiectivul prezentei lucrări îl constituie studiul teoretic și experimental al acestor rapoarte de amplificare.

Plecînd de la schema [1] din fig. 1, în care se prezintă modul de solicitare a excentricului în timpul strîngerii, se poate scrie ecuația de echilibru :

$$\begin{aligned} PL &= Qe\sin\alpha + \mu Q(R - e\cos\alpha) + S\rho = \\ &= Q[e(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + \mu R + \mu_1 r)] = \\ &\cong Q[e\sin(\alpha - \varphi) + \mu R + \mu_1 r], \end{aligned} \tag{1}$$

aceasta, întrucît, $S \cong Q$ [1], [2], $\mu = \operatorname{tg}\varphi = 0{,}18$ ($\varphi = \operatorname{arc\,tg}\, 0{,}18 \cong 10°$ și $\cos\varphi \cong 1$) și deci

$$\sin\alpha + \mu\cos\alpha = \sin\alpha - \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\cos\alpha \cong \sin(\alpha - \varphi).$$

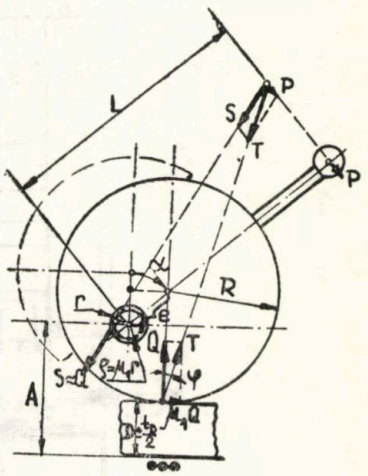


Fig. 1

Din relația (1) rezultă forța de acționare P și raportul de amplificare i_F :

$$P = \frac{Q}{L}[e\sin(\alpha - \varphi) + \mu R + \mu_1 r], \tag{2}$$

$$i_F = \frac{Q}{P} = \frac{L}{e\sin(\alpha - \varphi) + \mu R + \mu_1 r}, \tag{3}$$

în care: P — forța de acționare a excentricului; Q — forța de strîngere; S — reacțiunea axului; T — reacțiunea piesei; e — excentricitatea; R — raza excentricului; μ, μ_1 — coeficienți de frecare; $\rho = \mu_1 r$ — raza cercului de frecare; φ — unghi de frecare corespunzător coeficientului μ; D, (t_D) — dimensiunea piesei strînse pe direcția forței de strîngere Q.

Pentru verificarea experimentală a relațiilor (2), (3) și studiul rapoartelor de amplificare s-a construit standul din fig. 2, care modelează mecanismul cu excentric, permițînd măsurarea tuturor parametrilor constructivi și funcționali din relațiile (2), (3) cu excepția coeficienților de frecare adoptați la valorile $\mu = 0{,}18$ și $\mu_1 = 0{,}1$ (frecări uscate oțel pe oțel, respectiv oțel pe bronz).

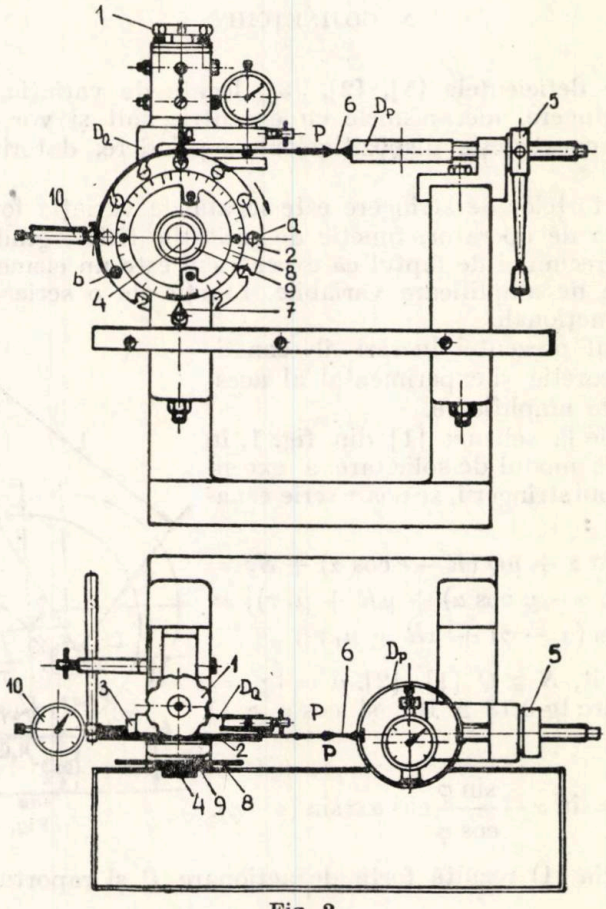


Fig. 2

În locul piesei s-a prevăzut dinamometrul D_Q, deplasabil pe verticală datorită rozetei *1*, care permite măsurarea forței de strîngere Q. Mînerul excentricului a fost modelat prin discul special *2*, avînd lăcașurile *a* și un guler excentric pe care se montează excentricul propriu-zis *3*, această

soluție permițînd modificarea excentricității. Forța de acționare P, dezvoltată de piulița cu mîner *3*, este măsurată de dinamometrul D_P și transmisă prin cablul *6*, care poate fi montat în poziția dorită, prin butonul terminal *b*, într-un lăcaș al discului *2*. Unghiul de rotire α poate fi măsurat cu indicatorul *7* și cadranul gradat *8*, solidarizat cu excentricul prin axul cu pană *4* și piulița randalinată *9*; această soluție permite reglarea cadranului *8* în raport cu excentricul *3*, cu ajutorul comparatorului *10* care stabilește mărimea și orientarea excentricității variabile.

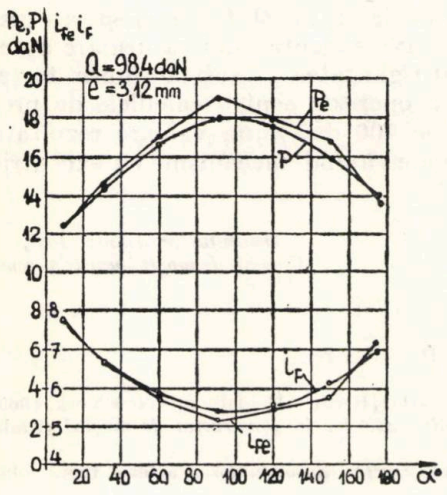


Fig. 3

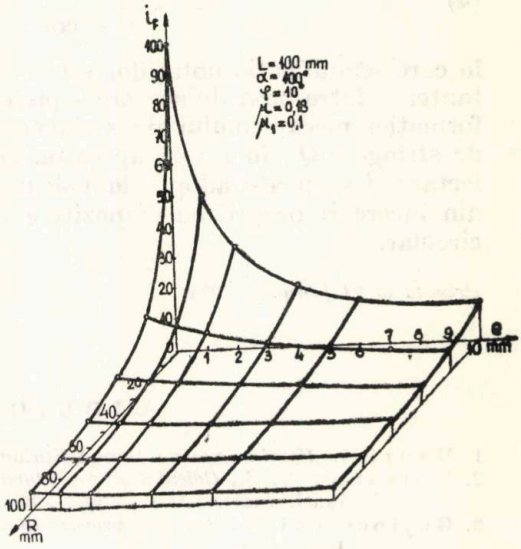


Fig. 4

Metoda de lucru constă în măsurarea valorilor efective ale forței P_e, pentru diverse valori ale parametrilor Q, e și α, considerați pe rînd variabile independente, și determinarea prin calcul cu relațiile (2), (3)—pentru aceleași variabile Q, e și α – a forței P, precum și a rapoartelor de amplificare efective $i_{Fe} = P_e/Q$ și teoretice $i_F = P/Q$. Experimentările s-au făcut cu $Q = 49{,}2 - 98{,}4 - 147{,}6$ daN, $e = 3{,}12 - 4{,}15 - 5{,}24$ mm și $\alpha = 0...180°$.

O parte din rezultate, considerate semnificative, au fost trecute în diagramele din fig. 3 și 4.

Analiza acestor diagrame, precum și a relațiilor (2), (3), permite să se formuleze următoarele observații și concluzii:

1. Diagramele $P = P(\alpha)$, $P_e = P_e(\alpha)$, $i_F = i_F(\alpha)$, $i_{Fe} = i_{Fe}(\alpha)$ (fig. 3), trasate cu valori obținute prin calcul cu relațiile (2), (3), respectiv cu standul prezentat în fig. 2, prezintă o asemănare evidentă atît ca alură, cît și ca poziție, deci relațiile (2), (3) pot fi considerate exacte.

2. Curbele i_F, i_{Fe} (fig. 1) au un minim în zona unghiului $\alpha = 90°$, zonă care trebuie ocolită pe cît posibil la proiectarea acestor mecanisme, amplificarea fiind cu cca. 30% mai mică decît cea maximă posibilă.

3. Rapoartele de amplificare i_F variază linear cu brațul L și hiperbolic cu parametrii constructivi R, e (relația (1) și fig. 4). Zona rapoarte-

lor mari de amplificare, deci a exploatării convenabile, este zona valorilor mici pentru e, R.

4. Alura curbelor i_F din fig. 3 și 4 arată că parametrii R, e au o influență mult mai mare asupra amplificării decît unghiul de rotire α, fapt pentru care se recomandă ca alegerea acestora să se facă cu rigurozitate pe baza relațiilor indicate în literatura de specialitate [2], [3] și anume:

$$(4) \qquad e \geqslant \frac{(0{,}3...0{,}6)\ \text{mm} + t_D + \dfrac{Q}{J}}{1 - \cos\alpha}; \qquad R \geqslant \frac{1 - \mu_1 r}{\mu},$$

în care semnificația notațiilor este cea din fig. 1, iar Q/J este creșterea distanței A între baza de așezare a piesei și axa excentricului ca urmare a deformației mecanismului de strîngere cu rigiditatea j, sub acțiunea forței de strîngere Q; în primă aproximație, acoperitor pentru calculele de proiectare, j se poate adopta la valoarea de 700 daN/mm, valoare rezultată din încercări proprii cu dispozitive uzuale avînd mecanisme cu excentric circular.

Primită la 21 februarie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Mauri H., *Vorrichtungsbau.* Band I, Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1969.
2. Korsakov V. S., *Calculul și proiectarea dispozitivelor în construcția de mașini* (trad. din l. rusă). I.D.T., Buc., 1960.
3. Gojineț echi N., *Curs de proiectarea și construcția dispozitivelor.* Partea I, Inst. polit. Iași, 1970.

KREISEXZENTER ALS VERSTÄRKUNGSELEMENT IN SPANNUNGSMECHANISMEN DER VORRICHTUNGEN

(Zusammenfassung)

In der vorliegenden Arbeit werden Betrachtungen und Schlussfolgerungen des theoretischen und experimentellen Studiums betreffend den Kreisexzenter als Verstärkungselement in Spannungsmechanismen der Vorrichtungen dargestellt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.81 ; 678

APLICAȚII INDUSTRIALE ALE ORGANELOR DE MAȘINI PLACATE CU MATERIALE PLASTICE

DE

GH. LUNGU și MARIA LUNGU

Cercetările teoretico-experimentale întreprinse în cadrul Catedrei de mașini-unelte de la Institutul politehnic Iași, în legătură cu comportarea cuplelor de alunecare de tip sanie-ghidaj, placate cu pelicule subțiri de materiale plastice, au evidențiat avantaje substanțiale ale acestora în raport cu cuplele metalice [1].

Utilizarea materialelor plastice în construcția mașinilor-unelte la noi în țară se înscrie în tendința pe plan mondial de utilizare a înlocuitorilor de metal, concomitent cu îmbunătățirea parametrilor funcționali ai utilajelor.

Pe baza rezultatelor încercărilor efectuate în numeroase institute de prestigiu din țări dezvoltate industrial ca ENIMS (Moscova), Școala tehnică superioară din Aachen (RFG), CERMO (Franța), PERA (Anglia), și ICPMUA—București, cercetările de la Iași au fost concentrate asupra utilizării poliamidelor românești sub formă pulverulentă, ca material de placare a suprafețelor metalice [2]...[5].

Comportarea anumitor categorii de materiale plastice, în condițiile mișcării de alunecare pe suprafețele metalice, este superioară perechilor metalice sub raportul uniformității mișcării la viteze mici de deplasare și a coeficienților de frecare mici și constanți.

Procedeele de aplicare a materialelor plastice pe suprafețele de alunecare, cunoscute și utilizate pînă acum, prezintă unele dezavantaje legate de desprinderea lor în timp și de umflare sub influența uleiurilor de ungere și a apei.

Procedeele de aplicare de plăci groase de material plastic prin lipire cu adezivi sau fixare cu șuruburi au fost abandonate și în cadrul Catedrei de mașini-unelte de la Institutul politehnic din Iași s-a elaborat un procedeu original și instalații aferente pentru placare a suprafețelor de alunecare cu pelicule subțiri de materiale plastice [6], [7].

În urma încercărilor experimentale întreprinse pe o instalație pilot s-a constatat că cele mai bune rezultate le dau probele acoperite cu un amestec de pulbere de poliamidă și bisulfură de molibden (MoS_2) în proporție de 6% [1].

Depunerea poliamidei pe suprafețele de alunecare s-a realizat prin procedeul de placare în baie fluidizată (pat fluidizat), într-o instalație ca aceea din fig. 1, unde notațiile au următoarea semnificație: *1* — vasul de fluidizare; *2* — sită metalică fină; *3* — strat de vată de sticlă; *4* — sită grosieră din material plastic; *5* — vas de egalizare a presiunii; *6* — conducte pentru aer comprimat; *7* — robinet pentru reglarea debitului de aer; *8* — manometru; *9* — stratul de pulbere fluidizată; *10* — placa pe care se face depunerea; *11* — elemente pentru suspendarea plăcilor.

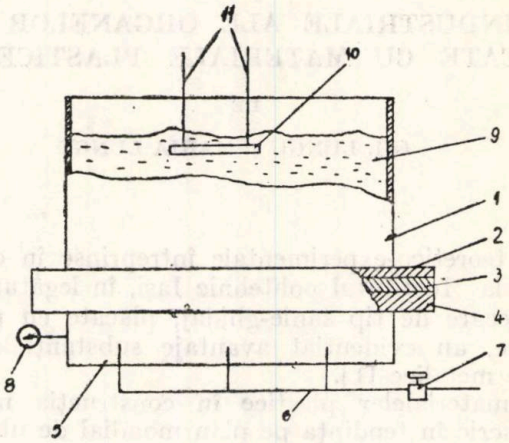


Fig. 1

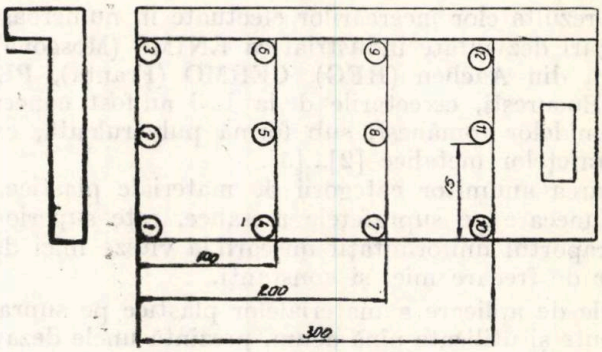


Fig. 2

Pe lîngă elementele enumerate, instalația are ferestre laterale de vizitare și ferestre la partea superioară pentru urmărirea nivelului stratului fluidizat. Aerul care se trimite de la rețea este adus în instalația de placare prin intermediul unei serpentine de uscare și încălzire.

O instalație similară a fost realizată pentru Întreprinderea de Mașini-unelte din Bacău, pentru placarea ghidajelor săniilor și penelor de reglare de la mașinile de alezat și frezat de tip AF—85.

Au fost placate penele de reglare a ghidajelor de la mașinile AF—85 cu pulbere de poliamidă în amestec cu MoS_2 în proporție de 6%, pene rea-

lizate din fontă obișnuită FC 30. S-a obținut după placare un strat de material plastic depus uniform cu o grosime de 1,5 mm. Prin frezare fină s-a redus dimensiunea penelor pînă la grosimea de 1 mm a stratului de placare. S-au montat penele pe o mașină de alezat și frezat făcîndu-se în prealabil determinări ale grosimii în 12 puncte ca în fig. 2 și s-au notat valorile în tabelul 1. Mașina unealtă a lucrat timp de un an într-o secție de mecanică grea și apoi a fost demontată pentru a se repeta măsurătorile în aceleași puncte, în scopul determinării uzurii. Măsurătorile au fost efectuate cu ajutorul unui comparator electronic cu o precizie de 0,3 micrometri. În perioada de funcționare nu au fost luate măsuri speciale de protecție a ghidajelor sau penelor de reglare în afara celor curente în exploatarea acestui tip de mașini-unelte.

Se constată că după un an de funcționare, în două schimburi, în regim de lucru sever, nivelul uzurii penelor placate se înscrie în limitele a 10 micrometri, după cum rezultă din tabelul 2, ceea ce reprezintă o valoare mult mai mică decît limitele admise [2].

Tabelul 1

Poziția	Dimensiunea penei din dreapta mm	Dimensiunea penei din stînga mm
1	9,350	8,586
2	9,350	8,549
3	9,375	8,574
4	11,274	10,380
5	11,216	10,345
6	11,236	10,360
7	13,242	12,312
8	13,200	12,315
9	15,212	12,315
10	15,195	14,296
11	15,193	14,272
12	15,198	14,282

Tabelul 2

Poziția	Dimensiunea penei din dreapta mm	Dimensiunea penei din stînga mm
1	9,340	8,578
2	9,342	8,540
3	9,364	8,565
4	11,264	10,370
5	11,206	10,335
6	11,226	10,350
7	13,232	12,302
8	13,194	12,305
9	13,192	12,304
10	15,202	14,286
11	15,184	14,262
12	15,182	14,271

La demontare s-a constatat în pana stîngă o incluziune constînd din așchii metalice rezultate din procesul de așchiere și pătrunse între ghidaje ca urmare a unor apărători necorespunzătoare. Pe suprafața de oțel a ghidajului pereche nu s-a constatat la proba microscopică nici o urmă, ceea ce demonstrează că așchia a fost înglobată în masa plastică. Acest lucru constituie unul din avantajele de bază al penelor și ghidajelor placate și anume acela că asemenea incluziuni nu duc la deteriorarea cuplei de alunecare și permit o funcționare normală a mașinii.

Ținînd seama că penele de reglare se construiesc de obicei din bronz, înlocuirea acestuia cu pene din fontă placată cu materiale plastice aduce și o serioasă economie de materiale metalice deficitare. În același timp, datorită calităților autolubrifiante ale poliamidei, în amestec cu bisulfura de mo-

libden, nu mai trebuie luate măsuri speciale de ungere a ghidajelor, iar apa și lichidele de răcire care pătrund între suprafețele de alunecare au un efect similar uleiurilor din cazul cuplelor metalice.

Primită la 28 martie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Lungu Gh., Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1975.
2. Решетов П. Н., *Деталь и механизмы металорезущих станков.* Москва, 1972.
3. Lungu Gh., *Contribuții la studiul ghidajelor de alunecare din construcția mașinilor-unelte.* Prima conferință națională de mașini-unelte, București, p. 95, 1974.
4. Lungu Gh., Zetu D., *Comportarea în procesul de alunecare a ghidajelor placate cu materiale plastice.* Materiale Plastice, *3*, 166 (1975).
5. Lungu Gh., Lungu M., *Ghidaje placate cu materiale plastice în construcția mașinilor-unelte.* Materiale Plastice, *3*, 184 (1976).
6. Caşler Gh., Lungu Gh., *Procedeu pentru placarea cu materiale plastice în strat fluidizat a ghidajelor de alunecare.* Brevet RSR, nr. *66.897*, 01.02.1975.
7. Lungu Gh., *Procedeu pentru placarea cu materiale plastice prin pulverizare a ghidajelor de alunecare.* Brevet RSR, nr. *66.898*, 01.02.1975.

INDUSTRIAL APPLICATIONS OF THE PLATED WITH PLASTICS MACHINE ELEMENTS

(Summary)

The advantages of slideways and sliding keys coated with plastics in the machine-tools construction are presented.

A new plating technique for the sliding guides and keys used in the machine-tools construction in presented.

The behaviour of these machine elements in the different working conditions is pointed out.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.92

ASUPRA ÎNCĂLZIRII SOLUȚIEI DE ELECTROLIT LA RECTIFICAREA ELECTROCHIMICĂ-ABRAZIVĂ CU APĂSARE CONSTANTĂ, A UNOR ALIAJE DURE SINTERIZATE

DE

N. GHERGHEL

Extinderea utilizării ascuțirii electrochimice-abrazive, ca principală aplicație a rectificării electrochimice-abrazive, reprezintă una din principalele tendințe în tehnologia de execuție și în exploatarea sculelor așchietoare, în special a celor armate cu plăcuțe din aliaje dure sinterizate (carburi metalice) [1]...[10].

De cîțiva ani, în cadrul Catedrei de mașini-unelte și scule a Institutului politehnic din Iași, s-au inițiat o serie de cercetări în domeniul ascuțirii electrochimice-abrazive care vizează atît optimizarea procesului de lucru cît și realizarea de instalații perfecționate destinate acestui proces [2]...[10].

Pentru optimizarea principalelor condiții de lucru la rectificarea electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă, a fost elaborat un model matematic pe baza teoriei programării matematice, prezentat în lucrările [4], [5]. Dar, pentru ca acest model să devină operant, este necesară determinarea coeficienților și exponenților ce intervin în relațiile empirice propuse pentru dependențele criteriilor de evaluare a performanțelor procesului, funcție de condițiile de lucru supuse optimizării.

Lucrarea de față prezintă rezultatele cercetărilor privind determinarea relației de dependență a temperaturii soluției de electrolit T_E [°C], funcție de : densitatea de curent, i [A/cm^2] ; presiunea de contact, p [daN/cm^2] ; viteza discului abraziv, v [m/s] ; avansul longitudinal, S_1 [c.d./min]; înălțimea suprafeței de contact epruvetă (sculă de ascuțit) — disc abraziv, h [mm], precum și influența acestor condiții de lucru asupra acestei temperaturi.

Necesitatea acestor cercetări a rezultat din faptul că literatura de specialitate consultată nu oferă o asemenea relație și nici nu consemnează cercetări sistematice privind influența condițiilor de lucru specificate asupra temperaturii soluției de electrolit.

De altfel, în ansamblu, cercetările referitoare la încălzirea soluției de electrolit (și deci la temperatura soluției de eleetrolit) la rectificarea (ascuțirea) electrochimică-abrazivă, sînt puțin numeroase, iar aspectele studiate sînt limitate.

Astfel, K u b e t h [8] constată că în cazul dizolvării anodice a oțelurilor, aproape întreaga cantitate de energie electrică furnizată se transformă în căldură. B e c k e r - B a r b r o c k [1] a studiat, pe cale teoretică și experimentală, variația temperaturii soluției de electrolit de-a lungul direcției de curgere (direcția vitezei periferice a discului abraziv) în cazul rectificării electrochimice-abrazive a epruvetelor din metal dur din grupa de utilizare P20 precum și din oțel rapid S 12-1-4-5. El stabilește o dependență aproximativ liniară, iar pentru anumite condiții de lucru, determină distanța limită pe care o poate parcurge soluția de electrolit fără atingerea punctului de fierbere.

În cadrul cercetărilor efectuate la Catedra de mașini-unelte și scule [6] s-a elaborat un tablou al factorilor ce influențează încălzirea soluției de electrolit și consecințele creșterii temperaturii acesteia asupra desfășurării procesului de rectificare electrochimică-abrazivă. De asemenea, rezultatele cercetărilor experimentale, efectuate pe baza unei metodologii proprii, au condus la concluzia că la adîncimi de așchiere suficient de mari, temperatura soluției de electrolit nu atinge punctul de fierbere și deci nu există pericolul stagnării procesului electrochimic.

Pentru dependența $T_E = T_E(i, p, v, S_1, h)$, care face obiectul lucrării de față, s-a propus o funcție politropică de forma:

$$T_E = C_{T_E}\, i^{\alpha_{T_E}}\, p^{\beta_{T_E}}\, v^{\gamma_{T_E}}\, S_1^{\varphi_{T_E}}\, h^{\xi_{T_E}} \quad [°C]. \tag{1}$$

S-a avut în vedere alura curbelor obținute pe cale experimentală precum și faptul că aceste funcții s-au impus în teoria așchierii metalelor.

Pentru determinarea coeficienților și exponenților din relația (1) (și deci a modelului matematic staționar sau a caracteristicii statice a procesului pe canalul luat în studiu), operație cunoscută în teoria sistemelor sub denumirea de identificare parțială, s-a utilizat metoda bine cunoscută a celor mai mici pătrate (metoda pătratelor minime, metoda Gauss).

Pentru aplicarea metodei s-a organizat un experiment ce a constat din măsurarea valorilor variabilelor dependente T_E, corespunzătoare anumitor combinații ale variabilelor independente (condițiilor de lucru supuse optimizării) în jurul punctului corespunzător centrului regiunii experimentale [11].

Experimentul a fost organizat după o metodă optimizată de cercetare și anume metoda experimentului multifracțional activ programat, de tipul compozitiv-rotabil parțial (de ordinul doi, la trei nivele) [11].

Determinările experimentale au fost efectuate la Fabrica de Rulmenți — Bîrlad pe o mașină de tip „Agathon 125-SEV“ la care s-a atașat un variator de turație cu curele late pentru modificarea vitezei discului abraziv precum și un transformator-redresor cu reglaj mai fin decît cel original al mașinii. Mașina a fost echipată cu un disc cu diamant 125-25-2 D 151-EN-75, fabricat la I.M.F. București, iar soluția de electrolit a avut compoziția: 60 l apă încălzită la 70°C; 4,160 kg azotat de sodiu și 1,800 kg sodă calcinată. Drept epruvete s-au utilizat plăcuțe așchietoare din carburi metalice sinterizate tip U.M.F. București, din grupele de utilizare P10, P20, P30, forma SPGN 12.03.12. Plăcuțele au fost prinse într-un suport special construit, instalat pe partea de orientare-strîngere a unui dispozi-

tiv special conceput pentru realizarea apăsării constante și pentru măsurarea forței normale reale de așchiere [7].

Schema de prelucrare utilizată, cu partea frontală a discului abraziv de tip oală, este specifică ascuțirii pe suprafața de degajare a cuțitelor prifilate, folosite mult în producția de rulmenți.

Pentru măsurarea temperaturii soluției de electrolit s-a utilizat metoda termocuplului (termoelementului) artificial. Termoelectrozii din Cromel-Alumel s-au introdus între două semigăuri, realizate prin copiere cu disc cu diamant și practicate pe una din fețele mari ale plăcuțelor. Suportul pentru prinderea epruvetelor a servit și ca suport pentru termocuplu, iar ca aparat înregistrator s-a utilizat aparatul MINIMITE-TE, din dotarea Laboratorului central al Fabricii de Rulmenți — Bîrlad.

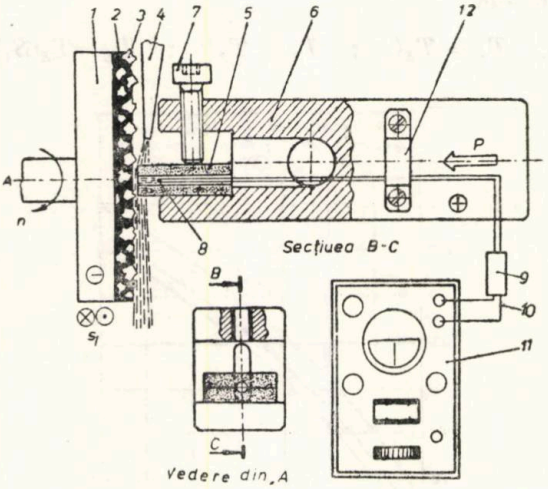


Fig. 1

Schema generală a instalației de măsurare utilizată este prezentată în fig. 1 în care s-a notat: *i* — corp disc abraziv; *2* — liant disc abraziv; *3* — granulă de diamant; *4* — conductă aducțiune soluție de electrolit; *5* — epruvetă; *6* — suport prindere epruvete și termocuplu; *7* — șurub strîngere epruvete; *8* — sudură caldă termocuplu; *9* — cutie de conexiuni; *10* — cablu de legătură; *11* — aparat înregistrator de temperatură.

Alte detalii privind metodologia de măsurare a temperaturii soluției de electrolit sînt prezentate în lucrarea [6], publicată anterior.

După prelucrarea datelor experimentale, cu metodologia menționată, s-au obținut următoarele relații de dependență dintre temperatura soluției de electrolit și condițiile de lucru supuse optimizării:

a) pentru grupa de utilizare P10:

$$T_E = 7{,}603 \frac{i^{0,37} p^{0,20} S_l^{0,12} h^{0,11}}{v^{0,9}} \quad [°C]; \tag{2}$$

b) pentru grupa de utilizare P20 :

$$T_E = 6{,}012 \frac{i^{0,\,39} p^{0,20} S_l^{0,13} h^{0,12}}{v^{0,09}} \quad [°C]; \tag{3}$$

c) pentru grupa de utilizare P30 :

$$T_E = 10{,}617 \frac{i^{0,33} p^{0,17} S_l^{0,11} h^{0,10}}{v^{0,07}} \quad [°C]. \tag{4}$$

Adecvanța modelelor matematice (2), (3), (4) a fost verificată cu ajutorul criteriului F i s c h e r [11].

Pentru determinarea influenței condițiilor de lucru luate în studiu asupra temperaturii soluției de electrolit, din relațiile (2), (3) (4) s-au extras ecuații de forma :

$$T_E = T_E(i); \quad T_E = T_E(p); \quad T_E = T_E(v); \quad T_E = T_E(S_1); \quad T_E = T_E(h). \tag{5}$$

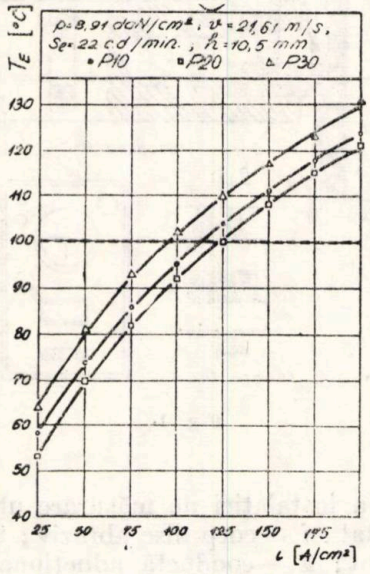


Fig. 2

Aceste dependențe sînt reprezentate în fig. 2...6.

Atît pentru determinarea constantelor și exponenților din relațiile (2), (3), (4), pentru analiza de adecvanță precum și pentru trasarea curbelor date de relațiile (5), s-a utilizat un program în limbaj FORTRAN care a fost rulat pe calculatorul Felix C 256 de la Centrul de calcul al Universității „Al. I. Cuza" din Iași.

Din analiza relațiilor (2), (3), (4) și a curbelor din fig. 2... fig. 6, se pot reține cîteva concluzii importante și anume:

1. Influența cea mai importantă asupra încălzirii soluției de electrolit o are densitatea de curent i.

2. Valorile diferite ale temperaturii soluției de electrolit pentru aliajele dure sinterizate din grupele de utilizare P10, P20, P30, trebuie puse pe seama compoziției chimice diferite a acestora și în special a conținutului diferit de carbură de wolfram (WC).

3. La depășirea anumitor valori ale condițiilor de lucru, există pericolul atingerii punctului de fierbere al soluției de electrolit și deci a stagnării componentei electrochimice a procesului.

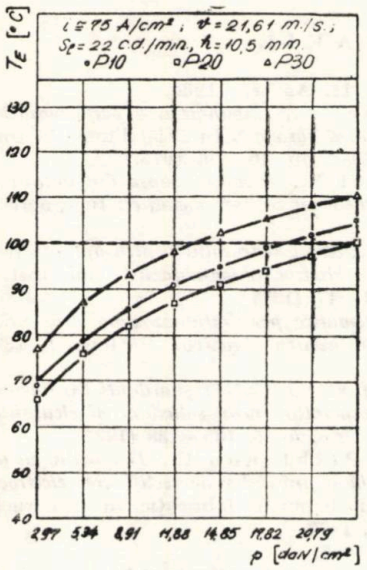


Fig. 3

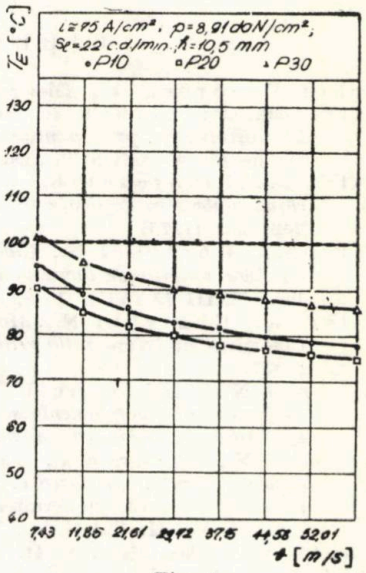


Fig. 4

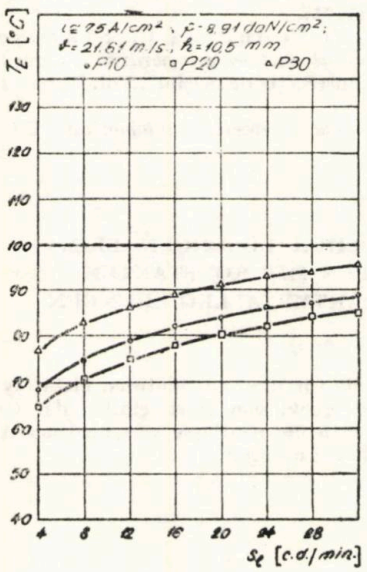


Fig. 5

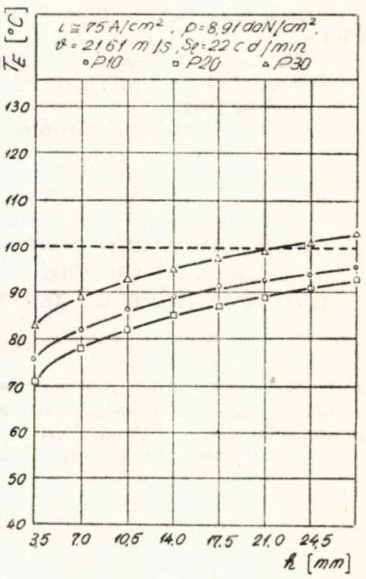


Fig. 6

Aceste concluzii desprinse pe baza cercetărilor teoretico-experimentale, justifică considerarea temperaturii soluției de electrolit ca factor restrictiv (limitativ) în modelul matematic pentru optimizarea principalelor condiții de lucru la rectificarea (ascuțirea) electrochimică-abrazivă [4], [5].

Primită la 27 ianuarie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Becker-Barbrock V., Dissertation, T. H. Aachen, 1966.
2. Caşler Gh., Plăhteanu B., Gherghel N., *Îmbunătățirea performanțelor sculelor aşchietoare, prin ascuțire electrochimică abrazivă.* În „Fiabilitatea în construcția de mașini—MUSD", Inst. polit. Iași, pp. 16—19, 1975.
3. Caşler Gh., Plăhteanu B., Gherghel N., *Ricerche sopra l'affilatura elettrochimica-abrasiva degli utensili con placchette di carburi metallici.* Ingegneria, *7—8*, 243—247 (1975).
4. Caşler Gh., Gherghel N., *Elaborarea structurii sistemului pentru optimizarea principalelor condiții de lucru la rectificarea electrochimică-abrazivă.* Bul. Inst. polit. Iași, XXIII (XXVII), *1—2*, s. IV, 41—47 (1977).
5. Caşler Gh., Gherghel N., *Modello matematico per l'ottimizzazione delle principali condizioni di lavoro nella rettifica elettrochimica abraziva.* Machine, *9*, 137—144 (1977).
6. Gherghel N., Plăhteanu B., *Ricerche sperimentali riguardanti l'influenza della profondita di scheggiamento sopra la temperatura della soluzione di elettrolito, nell' affilatura elettrochimica-abrasiva*, Ingegneria, *5—6*, 135—138 (1977).
7. Gherghel N., Condrea I., Zetu D., Plăhteanu B., *Dispozitiv cu apăsare constantă pentru cercetarea experimentală a proceselor de rectificare electrochimică abrazivă.* Lucrările conferinței „Tehnologii noi de fabricație în construcția de mașini", Vol II, Galați, pp. 133—136, 1977.
8. Kubeth H., Dissertation, T. H. Aachen, 1965.
9. Plăhteanu B., Gherghel N., *Cercetări asupra performanțelor ascuțirii electrochimice-abrazive a sculelor armate cu plăcuțe din carburi metalice.* Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *3—4*, s.IV, 67—72 (1975).
10. Plăhteanu B., Gherghel N., Zetu D., Condrea I., Stănescu I., *Mașină pentru ascuțit scule după procedeul electrochimic-abraziv.* Lucrările conferinței „Tehnologii noi de fabricație în construcția de mașini", Vol. II, pp. 13—16, Galați, 1977.
11. Penescu C. și colab., *Identificarea experimentală a proceselor automatizate.* Ed. tehn., Buc., 1971.

DAS ERWARMEN ELECTROLYTISCHER LÖSUNGEN BEIM ELEKTROCHEMISCHEN SCHLEIFEN MIT KONSTANTEM DRUCK EINIGER GESINTERTER HARTMETALLEGIERUNGEN

(Zusammenfassung)

In dieser Arbeit werden mathematische Modelle für die Temperaturen elektrolytischer Lösungen beim elektrochemischen, mit konstantem Druck, von Hartmetallen der Gruppen P10, P20 und P30 vorgeschalgen. Ferner erläutert man die Einflüsse verschiedener Arbeitsbedingungen auf die Erwärmung der elektrolytischen Lösungen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

RECENZII

BOOK REWIEVS РЕЦЕНЗИИ

A. RIPIANU, I. CRĂCIUN, *Osii, arbori drepţi şi arbori cotiţi*. Editura tehnică, Bucureşti, 1977, 288 p.

Ce volume, le 20-e de la série dédiée par la Maison Éditrice „Editura Tehnica" au Dessin de la construction des machines est consacré à l étude des plus exhaustives des essieux, des arbres droits et des arbres coudés. On y trouve le calcul des efforts, des dimensions, des comportements à la fatique, tant que l'étude des formes ,des matériaux à utiliser et d'autres encore. On doit souligner une large et assez importante partie de ce volume dédiée à la Mécanique linéaire et non linéaire des vibrations flexionnelles (pp. 172—204) et torsionnelles (pp. 223—285), oú l'on trouve appliqué nombre de méthodes élaborées ou bien développées par les auteurs, telles, par ex., la méthode des graphes linéaires (Bibl. 3, 11) et la méthode pour la détermination des pulsations propres correspondantes aux vibrations de torsion des arbres coudés (Bibl. 34).

Somme toute, c'est une mise au point de qualité concernant l'un des domaines fondamentaux du dessin de la construction des machines, caractérisée par une rigueur élevée, munit d'un nombre très bien choisi d'exercices et de passages étendus qui reflètent les contributions originales des auteurs. Il suffit d'en citer le fait que la bibliographie qui comprend 51 titres en contient 17 et, respectivement, 10 dûs aux auteurs.

Le Réf. ne sera que bien agréablement surpris en apprenant la parution de ce volume traduit dans d'autres langues. *D. Mangeron*

IOAN DEUTSCH, *Rezistenţa materialelor*. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti 1977, 620 p., 596 fig., 52 tabele.

The book written by Prof. Dr. Docent Eng. Ioan Deutsch of the University of Braşov offers a thorough presentation of the underlying problems of the Strength of Materials. The author's intention has been to provide a synthesis of knowledge concerning the strength of materials for engineering students and, particularly, for those of mechanics faculties, as well as for specialists engaged in design and researchwork.

In addition to classical problems, the book also contains the author's original contributions, most of which have already been published in scientific reviews in the country and abroad or have been incorporated in various previously published materials for training.

Coverage includes : complex resistance of straight beams, theories of strength of materials, plane curved beams, static stability of slender beams, strain energy method and complex resistance resolution of statically indeterminate straight and curved beam systems, shock loading, vibrations of linear-elastic systems with one or more degrees of freedom, free transversal vibration of homogeneous beams, as well as fatique strength calculation. Other topics include a study of plates, beding of symmetrically loaded shells, bending of rectangular plates, stress-strain calculation of shock-loaded plates, as well as rectangular plate buckling. The last part of the work is devoted to the study of thin-walled axialsymmetrical plates in the form of a revolution surface, tubes, thick-walled spherical plates in the form of a revolution surface, rotating disks, torsion and benging of open-cross-section thin-walled elastic beams, criteria of calculating stresses exceeding the elasticity limit, and stress and strain measuring methods.

The book is complete with a brief historical survey of strength of materials, an ample list of references, as well as a great number of appendices which gives it a very high degree of theoretical and practical utility. It is nicely illustrated with properly dimensioned perfectly drawn figures which prove most useful in the comprehension of the text. Its style is lively, abounding in interesting suggestions, a fact which sets it apart from similar works.

In our view, due to the wealth of material contained in the book under review, the whole range of new aspects that it features, setting it apart from similar works published abroad, its publication in one of the widely-spoken languages would be most useful both for its own sake and for the part it may play in strengthening technical-scientific cooperation with a great number of other countries.

Petre D. Sima

K. EATON, *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*. Cambridge University Press, London, New York, Melbourne, 1975, 845 p.

Les congrès internationaux concernant l'action du vent sur les constructions se réunissent toutes les quatres années et jouissent d'un très grand prestige. Après Teddington (en Grande Bretagne), Ottawa et Tokio ce fut le tour de Londres qui accueillit en 1975 la dernière de ces rencontres. Étant donnée l'importance croissante de l'action du vent pour l'étude des constructions et pour la protection du milieu environnant, la publication des comptes-rendus présente un intérêt exceptionnel. Les soixante-sept communications sont groupées par sections, étant accompagnées par des introductions de synthèse et par des comptes-rendus des débats. Les principaux sujets ont été : *structure du vent* (turbulence atmosphérique, analyse statistique, profils de vitesse, période de retour) ; *charges statistiques et dynamiques* (distributions de pressions, action sur les éléments extérieurs, pression interne) ; *réponse dynamique des structures* (action des rafales, instabilité aérodynamique, rigidité, amortissment, accélération, déflection, vibration, fatigue, sensibilité humaine) ; *effets du vent sur l'environnement* (écoulement de l'air autour des bâtiments, distribution des vitesses au sol, conditions de confort, mesures destinées à réduire les troubles causées par le vent) ; *techniques* de mesure (mesure des vitesses, des pressions et des forces, détérmination de la réponse des structures à l'action du vent); *applications pratiques dans les projets* de bâtiments et autres constructions.

Comme auparavant l'accent a été mis sur la prévision des effets du vent par des essais sur modèles. Cependant il y eut aussi un certain nombre de communications consacrées aux essais en vraie grandeur. La plupart des résultats concernent le régime dynamique. Par rapport aux congrès précédents, les problèmes de l'action du vent sur le milieu environnant ont suscité un intéret accru.

Le volume édité par les soins du Dr. Keith Eaton, éminent spécialiste du Building Research Establishment, est très bien organisé et se présente sous une forme graphique excellente. Nous signalons l'utilité des annexes donnant la liste des participants au congrès avec leurs adresses, l'état des préparatifs en vue d'organiser un comité international pour les problèmes de l'action du vent sur les bâtiments et structures, et l'indexe alphabetique des sujets.

Veronica Radu

G. S. UPADDNYAYA, R. K. DUBE, *Problems in Metallurgical Thermodynamics and Kinetics*. Pergamon Press, 1977, 250 p.

The multiple problems set to nonferrous metallurgy by contemporary technique cannot be solved without a thorough scientific knowledge of the main metallurgical processes.

The work *Problems in Metallurgical Thermodynamics and Kinetics* due to prof. G. S. Upaddnyaya (Department of Metallurgical Engineering, Indian Institute of Technology, Kanpur) and prof. R. K. Dube (Department of Metallurgy and Material Technology, University College of Swansea, University of Walles) and edited by Pergamon Press, through its content, makes obvious the special importance of the principles of thermodynamics and physical chemistry for explaining the metallurgical processes.

The work reveals the most representative problems regarding the phase equilibriums in pyrometallurgy and hydroelectric metallurgy. For a thorough knowledge of the physico-chemical processes that lie at the basis of these, the book presents a series of practical applications ; to solve these considerable knowledge of physical chemistry is used, such as enthropy, free enthalpy, activity and fugacity, multi-component solutions, the kinetics of heterogenuous reactions, partial molar functions.

The subject matter of the material presented proves a high scientific level, the most representative examples and suitable demonstrations being selected with special emphasis on the knowledge of the physico-chemical phenomena underlying mettalurgical processes.

The work is edited in a very accurate and proper manner, all the tables and diagrams being explicitely and clearly presented. On the whole the work is of special importance for engineers and specialists working in the field of nonferrous metallurgy, being an useful guide for the extimation and control of metallurgical processes display under certain conditions of temperature, pressure and concentration.

Florea Oprea

Coli tipar 7,4

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică Iași, str. V. Alecsandri nr. 6, sub cd. 268

REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

1979 JAN 5

40822

F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIV (XXVIII)

Fasc. 3–4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1978

1979 OKT 2 2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIV (XXVIII)

Fasc. 3–4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1978

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER, prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE, prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Conf. dr. ing. PAUL MATEI
Prof. dr. ing. DAVID PERETZ
Prof. dr. ing. C. PICOȘ

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. doc. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Șef de lucrări ing. I. CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Asist. ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4 1978

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

K. G. POPOV (Bulgaria), Asupra aplicării unui model „cu două zone" privind comportarea mecanică a elementelor de construcţii aflate într-un mediu ambiant lichid (franc., rez. rom.) 9

ELISABETA RUSU, Unele aplicaţii ale teoremelor de reciprocitate în o teorie a termoelasticităţii micropolare liniare (engl., rez. rom.) 13

C. ACKER, Asupra ecuaţiilor de echilibru static ale motorului liniar cu piston (rom., rez. rusă) 21

VICTOR FLORIN POTERAŞU, Sinteza senzitivităţii controlului optimal pentru sisteme cu parametri distribuiţi. (III) Sinteza senzitivităţii controlului optimal cu aplicaţii în mecanică (engl., rez. rom.) 29

I. GOIA şi M. TOFAN, Valori optime în proiectarea resorturilor helicoidale (rusă, rez. rom.) 39

LIVIU T. HOSTIUC, Cercetări teoretice privind rulmenţii axiali cu mişcare oscilantă (rom., rez. franc.) 45

W. SPINDLER (R.F.G.) şi DAVID PERETZ, Unele observaţii asupra arderii în camerele turbinelor cu gaze în cazul vaporizării peliculare a combustibilului (germ., rez. rom.) 55

ILIE D. BURSUC şi TRAIAN VIDRAŞCU, Consideraţii asupra sistemelor de aprindere electrică cu tranzistori (rom., rez. engl.) 67

DAN URSESCU, VICTOR ZUBCU, VIRGIL GIURCĂ, GH. DRAFTA şi RADU LUCA, Încercarea unor entalpmetre pentru abur umed de joasă presiune. (II) Încercări pe turbina de 50 MW (rom., rez. franc.) 71

VICTOR ZUBCU, VALENTIN CLOCOTICI, DORINA-SILVIA ZUBCU şi CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU, Algoritm pentru calculul entalpiei şi titlului aburului umed prin metoda entalpmetrului cu două rezistenţe electrice (rom., rez. engl.) 75

GH. CAŞLER şi LIVIA BRUJA, Cercetări teoretice privind eliminarea erorilor la forma suprafeţelor pieselor, pe calea reglării automate a sistemului maşină unealtă—sculă—dispozitiv—piesă (germ., rez. rom.) 81

Pag.

VITALIE BELOUS, O prezentare unitară a unghiurilor funcționale ale sculelor așchietoare (rom., rez. franc.) 83

N. GHERGHEL, BORIS PLĂHTEANU, D. ZETU și GH. LUNGU, Cercetări teoretico-experimentale asupra forțelor tangențiale în procesele de rectificare electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă (rom., rez. franc.) . . . 87

COSTACHE DRUȚU și SILVIA DRUȚU, Analiza structurii elastice a mașinilor-unelte prin metoda grafurilor (rom., rez. franc.) 93

VITALIE BELOUS, Contribuții la sinteza unghiurilor de așezare constructive optime (rom., rez. franc.) 101

TRAIAN VIDRAȘCU, Observații asupra utilizării unor sisteme de aprindere electrică cu semiconductori pe autoturismul Dacia - 1300 (rom., rez. engl.) . . 107

RECENZII 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Tome XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4 1978

Section IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

Pp.

K. G. POPOV (Bulgarie), Sur l'application d'un „modèle à deux zones" concernant l'étude du comportement mécanique des élements de construction se trouvant dans un milieu environnant liquide (French, Romanian summary) 9

ELISABETA RUSU, Some Applications of Reciprocity Theorems in a Generalized Theory of Micropolar Thermoelasticity (English, Romanian summary) 13

C. ACKER, Sur les équations d'équilibre statique du moteur linéaire à piston (Romanian, Russian summary) 21

VICTOR FLORIN POTERAȘU, Sensitivity Synthesis of Optimal Control for Distributed Parameter Systems. (III) Sensitivity Synthesis of Optimal Control with Mechanical Applications (English, Romanian summary) . . 29

I. GOIA and M. TOFAN, Optimum Valeus in the Design of Helical Springs (Russian, Romanian summary) 39

LIVIU T. HOSTIUC, Recherches théoriques sur les roulements axiaux à mouvement oscillant (Romanian, French summary) 45

W. SPINDLER (Bundesrepublik Deutschland) und DAVID PERETZ, Einige Bemerkungen zur Verbrennung in Gasturbinen-Brennkammern mit Filmverdampfung (German, Romanian summary) 55

ILIE D. BURSUC and TRAIAN VIDRAȘCU, Considerations on Transistor Ignition Systems (Romanian, English summary) 67

DAN URSESCU, VICTOR ZUBCU, VIRGIL GIURCĂ, GH. DRAFTA et RADU LUCA, Essay d'un entalpmètre pour vapeur à basse pression. (II) Essais sur une turbine de 50 MW (Romanian, French summary) 71

VICTOR ZUBCU, VALENTIN CLOCOTICI, DORINA-SILVIA ZUBCU and CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU, Algorithm for Wet Steam Enthalpy and Quality Computation by the Method of two-Resistance Enthalpymeter (Romanian, English summary) 75

GH. CAȘLER und LIVIA BRUJA, Theoretische Forschung die Entfernung der Fehler betreffend bei der Form der Flächen, durch automatische Regelung der Werkzeugmaschine System (German, Romanian summary) 81

Pp.

VITALIE BELOUS, Une présentation unitaire des angles fonctionnels de l'outil de coupe (Romanian, French summary) 83

N. GHERGHEL, BORIS PLĂHTEANU, D. ZETU et GH. LUNGU, Recherches théoriques et expérimentales sur les forces tangentielles dans les processus de rectification électrochimique-abrasive avec pression constante (Romanian, French summary) 87

COSTACHE DRUȚU et SILVIA DRUȚU, Analyse de la structure élastique des machines-outil par la méthode des graphes (Romanian, French summary) 93

VITALIE BELOUS, Contribution à la synthèse des angles constructifs de dépouille (Romanian, French summary) 101

TRAIAN VIDRAȘCU, Observations on the Use of Solid State Ignition Systems on the Dacia - 1300 Automobile (Romanian, English summary) 107

BOOK REVIEWS 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Том XXIV (XXVIII), вып. 3—4 1978

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

К. Г. ПОПОВ (Болгария), О применении одной модели „с двумя зонами" о механической поведении конструкционных элементов (франц., рез. рум.) 9

ЭЛИСАБЕТА РУСУ, Несколько применении взаимностных теорем в теории микрополярной линейной теплоэластичности (англ., рез. рум.) 13

К. АКЕР, Об уравнениях статического равновесия поршневого линейного двигателя (рум., рез. русск.) 21

ВИКТОР ФЛОРИН ПОТЕРАШУ, Синтез чувствительности оптимального управления для систем с распределенными параметрами. (III) Синтез чувствительности оптимального управления со применениями в механике (англ., рез. рум.) 29

И. ГОИЯ и М. ТОФАН, Оптимальные значения в проектировании геликоидальных рессор (русск., рез. рум.) 39

ЛИВЮ Т. ХОСТЮК, Теоретические исследования упорных подшипниках качения (рум., рез. франц.) 45

В. ШПИНДЛЕР (ГФР) и ДАВИД ПЕРЕЦ, К вопросу горения в камерах газовых турбин при плёночном испарении топлива (герм., рез. рум.) 55

ИЛИЕ Д. БУРСУК и ТРАИАН ВИДРАШКУ, Замечания на трнзисторные системы зажигания (рум., рез. англ.) 67

ДАН УРСЕСКУ, ВИКТОР ЗУБКУ, ВИРДЖИЛ ДЖЮРКЭ, Г. ДРАФТА и РАДУ ЛУКА, Испытание некоторых энтальпметров для влажного пара низкого давления. (II) Испытания на турбине 50 MW (рум., рез. франц.) 71

ВИКТОР ЗУБКУ, ВАЛЕНТИН КЛОКОТИЧ, ДОРИНА-СИЛВИА ЗУБКУ и КОНДРАТ-АДРИЯН ХОМУТЕСКУ, Алгорифм для расчёта энтальпии и паросодержании влажного пара, по методу энтальпметра с двуми электрических сопротивлениями (рум., рез. англ.) 75

Стр.

Г. КАШЛЕР и ЛИВИЯ БРУЖА, Теоретические исследования для устранения погрешности от формы поверхности детали, через пути автоматического управления системы (герм., рез. рум.) 81

ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Одна унитарная представления функциональных углов режущих инструментов (рум., рез. франц.) 83

Н. ГЕРГЕЛ, БОРИС ПЛЭХТЯНУ, Д. ЗЕТУ и Г. ЛУНГУ, Теоретико-экспериментальные исследования тангенциальных сил в процессе электрохимическом - абразивном шлифование с постояном давление (рум., рез. франц.) 87

КОСТАКЕ ДРУЦУ и СИЛВИЯ ДРУЦУ, Анализ эластичной структуры станков методами графов (рум., рез. франц.) 93

ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, О синтезе оптимальных конструктивных задних углов (рум., рез. франц.) 101

ТРАИАН ВИДРАШКУ, Замечания о некоторых электрических систем зажигания с полупроводниками использованны в автомобиле Dacia 1300 (рум., рез. англ.) 107

РЕЦЕНЗИИ 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. D. 532.7 ; 539.21

SUR L'APPLICATION D'UN „MODÈLE À DEUX ZONES" CONCERNANT L'ÉTUDE DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION SE TROUVANT DANS UN MILIEU ENVIRONNANT LIQUIDE

PAR

K. G. POPOV

Un grand nombre de matériaux employés actuellement comme éléments de construction (polymères, polymère-béton etc.) se trouvant en rapport avec un milieu liquide, changeant avec le temps ses propriétés mécaniques. L'étude est relative aux changements dus à une recouvrance totale par rapport à la pénétration.

Souvent la variation de la déformabilité est de caractère entropique. Cela veut dire que cette variation est due à la quantité du liquide absorbé.

Le plus souvent on admet que la pénétration s'éfectue par voie de diffusion. Les résultats de l'équation de la diffusion (loi de Fick) sont bien connus [1], [2] et nous permettent de trouver le champ de la concentration $c(x, t)$, ou bien sa valeur moyenne $c_m(t)$. Cette dernière peut être déterminée également à partir de l'expériment.

Admetons que (fig. 1 *b*) le liquide pénètre avec un front bien distingué. Ainsi le matériel est divisé en deux zone — sèche et saturée, dont la frontière est mouvante.

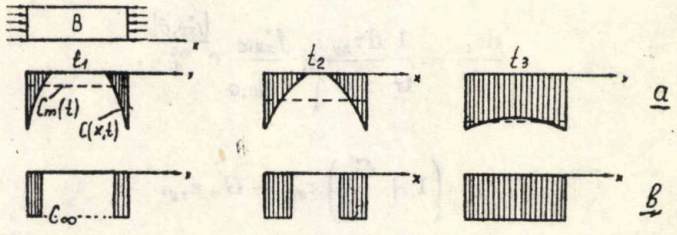


Fig. 1 — Schéma de la pénétration du liquide dans le matériel B, concernant trois moments successifs $t_1 < t_2 < t_3$. Au moment t_3 le corps est saturé.

Nous admettons un comportement mécanique identique du modèle et du matériel, dans lequel la pénétration s'efectue d'une autre façon (fig. 1 *a*) si, bien sûr, la quantité du liquide absorbé dans les deux cas est la même.

La quantité du liquide absorbé par le matériel peut être exprimée par

$$m(t) = c_m(t)\, m_\infty , \tag{1}$$

où $m(t)$ et m_∞ — sont respectivement la masse du liquide au moment t et après la saturation.

La quantité du liquide absorbé par le modèle (fig. 1 *b*) est

$$m(t) = c_\infty V(t), \tag{2}$$

où

$$C_\infty = \frac{m_\infty}{V} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right];$$

V et $V(t)$ sont respectivement le volume total et la part du volume saturé.

À partir de cette admission il vient

$$V(t) = V\, c_m(t), \tag{3}$$

où bien

$$F(t) = F c_m(t). \tag{4}$$

Ici F et $F(t)$ sont respectivement la section totale et la part de la section saturée. Les deux zones se caractérisent par des propriétés mécaniques invariables par rapport au temps. Cela veut dire que la déformabilité du matériel dans les deux zones peut être exprimée avec la même équation rhéologique, dont les paramètres seront relatives respectivement au matériel sec ou bien saturé. Ces paramètres peuvent être déterminés expérimentalement à l'aide de probes seches et saturées.

Pour faire illustrer la mise au point du „modèle à deux zones" on peut donner comme exemple la résolution du problème du fluage d'un tuyau remplis d'un liquide, soumis à l'effet d'un moment de torsion constant.

Acceptons comme équation rhéologique décrivant la déformabilité du polymère, par exemple l'équation non linéaire généralisée de M a x w e l l-G o u r e v i t c h [3].

Dans la zone sèche cette équation devient

$$\frac{d\varepsilon_{xy}}{dt} = \frac{1}{G}\frac{d\tau_{xy}}{dt} + \frac{f^*_{xy,G}}{\eta^*_{0,G}}\, e^{\frac{|f^*_{xy,G}|}{m^*_G}}, \tag{5}$$

où

$$f^*_{xy,G} = \left(1 + \frac{G_\infty}{G}\right)\tau_{xy} - G_\infty\, \varepsilon_{xy}. \tag{6}$$

Pour la zone saturée on peut écrire

$$\frac{d\bar{\varepsilon}_{xy}}{dt} = \frac{1}{\bar{G}}\frac{d\bar{\tau}_{xy}}{dt} + \frac{\bar{f}^*_{xy,G}}{\bar{\eta}^*_{0,G}}\, e^{\frac{|\bar{f}^*_{xy,G}|}{\bar{m}^*_G}}, \tag{7}$$

où

$$\bar{f}^*_{xy,G} = \left(1 + \frac{\bar{G}_\infty}{\bar{G}}\right)\bar{\tau}_{xy} - \bar{G}_\infty \bar{\varepsilon}_{xy}. \tag{8}$$

Dans les équations (5) — (8) G, G_∞, m^*_G, $\eta^*_{0,G}$ et $\bar{G}$, $\bar{G}_\infty$, $\bar{m}^*_G$, $\bar{\eta}^*_{0,G}$ sont les constantes de la déformabilité respectivement du matériel sec et saturé. Elles se trouvent expérimentalement [3], à partir de probes sèches et saturées.

Pour l'équation d'équilibre on peut écrire

$$M_x = \int_{F(t)} \rho \bar{\tau}_{xy}\, dF + \int_{F-F(t)} \rho \tau_{xy}\, dF, \tag{9}$$

où M_x est le moment de torsion (fig. 2).

Dérivant par rapport au temps t l'équation (9) et remplaçant dans la relation obtenue $d\bar{\tau}_{xy}/dt$ et $d\tau_{xy}/dt$ des équations respectivement (7) et (5), on arrive jusqu'à

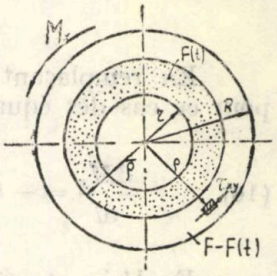


Fig. 2—Section d'un tuyau „à deux zones" : zone sèche F—$F(t)$ et zone saturée $F(t)$.

$$\bar{G}\bar{S}_x \frac{d\bar{\varepsilon}_{xy}}{dt} + GS_x \frac{d\varepsilon_{xy}}{dt} - \bar{G}\int_{F(t)} \rho \frac{\bar{f}^*_{xy,G}}{\bar{\eta}^*_{0,G}} e^{\frac{|\bar{f}^*_{xy,G}|}{\bar{m}^*_G}} dF - G\int_{F-F(t)} \rho \frac{f^*_{xy,G}}{\eta^*_{0,G}} e^{\frac{|f^*_{xy,G}|}{m^*_G}} dF = 0. \tag{10}$$

La compatibilité de la déformation exige

$$\bar{\varepsilon}_{xy} = \varepsilon_{xy}$$

et alors

$$\frac{d\varepsilon_{xy}}{dt} = \frac{1}{\bar{G}\bar{S}_x + GS_x}\left(\bar{G}\int_{F(t)} \rho \frac{\bar{f}^*_{xy,G}}{\bar{\eta}^*_{0,G}} e^{\frac{|\bar{f}^*_{xy,G}|}{\bar{m}^*_G}} dF + G\int_{F-F(t)} \rho \frac{f^*_{xy,G}}{\eta^*_{0,G}} e^{\frac{|f^*_{xy,G}|}{m^*_G}} dF\right). \tag{11}$$

Puis on dérive par rapport au t l'équation (6), d'où en utilisant $d\tau_{xy}/dt$ de l'équation (5) on arrive jusqu'à

$$\frac{df^*_{xy,G}}{dt} = G\frac{d\varepsilon_{xy}}{dt} - (G + G_\infty)\frac{f^*_{xy,G}}{\eta^*_{0,G}} e^{\frac{|f^*_{xy,G}|}{m^*_G}}. \tag{12}$$

Des opérations analogues ont lieu pour les équations (8) et (7). Ainsi on obtient

$$\frac{d\bar{f}^*_{xy,G}}{dt} = \bar{G}\frac{d\bar{\varepsilon}_{xy}}{dt} - (\bar{G} + \bar{G}_\infty)\frac{\bar{f}^*_{x,yG}}{\bar{\eta}^*_{0,G}} e^{\frac{|f^*_{xy,G}|}{\bar{m}^*_G}}. \tag{13}$$

Le système d'équations intégro-différentielles (11), (12) et (13) permet une résolution numérique conforme aux conditiones initiales

$$\varepsilon_{xy}(0) = \frac{M_x}{GI_v}\rho, \qquad f^*_{xy,G}(0) = \bar{f}^*_{xy,G}(0) = \frac{M_x}{I_c}\rho, \tag{14}$$

où I_c est le moment d'inertie polaire de la section.

On peut résoudre de la même façon le problème de la rélaxation du moment de torsion des corps dont la déformation est imposée ($\bar{\varepsilon}_{xy} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon^0_{xy} = \text{const.}$) Ainsi à partir de (9) on arrive à

$$\frac{dM_x}{dt} = \int_{F(t)} \rho \frac{d\bar{\tau}_{xy}}{dt} dF + \int_{F-F(t)} \rho \frac{d\tau_{xy}}{dt} dF. \tag{15}$$

En remplaçant dans la relation (15) $d\tau_{xy}/dt$ et $d\bar{\tau}_{xy}/dt$ déterminées pour ce cas dès équations (5) et (7) on obtient

$$\frac{dM_x}{dt} = -G\int_{F(t)} \rho \frac{\bar{f}^*_{xy,G}}{\bar{\eta}^*_{0,G}} e^{\frac{|\bar{f}^*_{xy,G}|}{\bar{m}^*_G}} dF - G\int_{F-F(t)} \rho \frac{f^*_{xy,G}}{\eta^*_{0,G}} e^{\frac{|f^*_{xy,G}|}{m^*_G}} dF. \tag{16}$$

En dérivant puis par rapport au temps t les relations (6) et (8) on arrive aux deux autres relations nécessaires pour résoudre le système :

$$\frac{df^*_{xy,G}}{dt} = -(G + G_\infty)\frac{f^*_{xy,G}}{\eta^*_{0,G}} e^{\frac{|f^*_{xy,G}|}{m^*_G}}, \tag{17}$$

$$\frac{d\bar{f}^*_{xy,G}}{dt} = -(\bar{G} + \bar{G}_\infty)\frac{\bar{f}^*_{xy,G}}{\bar{\eta}^*_{0,G}} e^{\frac{|\bar{f}^*_{xy,G}|}{\bar{m}^*_G}}. \tag{18}$$

Le système d'équations intégro-différentielles (16) — (18) permet une résolution numérique, d'où on obtient la relation voulue $M_x(t)$.

En outre la torsion, le „modèle à deux zones " peut être employé avec succés, par exemple dans le cas de fluage, où bien de stabilité de poutres se trouvant dans un milieu environnant liquide.

Reçue le 22 Juin 1978

Institut Supérieur de Chimie—Technologie, Sofia, Bulgarie

BIBLIOGRAPHIE

1. Crank J., *The Mathematics of Diffusion.* Oxford University Press, London, 1956.
2. Crank J., Park G. S., *Diffuson in Polimers.* Academic Press, London and New York, 1968.
3. Рабинович А. Л., *Введение в механику армированных полимеров.* Изд. „Наука", Москва, 1970.
4. Попов К., Мандичев Г., Годишник на ВТУЗ по Техническа механика. XII, *2* (1977).
5. Попов К., Мандичев Г., Бончев Е., Механика полимеров, *5* (1977).

ASUPRA APLICĂRII UNUI „MODEL CU DOUĂ ZONE" PRIVIND COMPORTAREA MECANICĂ A ELEMENTELOR DE CONSTRUCŢII AFLATE ÎNTR-UN MEDIU AMBIANT LICHID

(Rezumat)

Se propune un model „cu două zone" pentru a descrie cantitativ comportarea unor elemente de construcţii (polimeri, polimer-beton etc.) plasate într-un mediu lichid, care îşi modifică în timp proprietăţile mecanice. Se exprimă deformabilitatea materialului în cele două zone prin aceeaşi ecuaţie reologică, ai căror parametri pot fi determinaţi experimental folosind probe uscate şi saturate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 539.31

SOME APPLICATIONS OF RECIPROCITY THEOREMS IN A GENERALIZED THEORY OF MICROPOLAR THERMOELASTICITY

BY

ELISABETA RUSU

1. Introduction. A. E. Green and K. A. Lindsay [1] gave a generalized theory of classical thermoelasticity. E. Boschi and D. Ieşan [2] generalized the liniar theory of thermoelasticity established in [1] to homogeneous micropolar continua. The reciprocity theorem for the generalized theory of linear micropolar thermoelasticity is derived in [3], by using the method given by D. Ieşan [4], [5].

In [6], [4] were given some applications of the reciprocity theorem, for the classical linear theory of thermoelasticity, and for the classical linear theory of micropolar thermoelasticity, respectively.

In this paper we obtain some applications of the reciprocity theorem, which were established in [3], extending the results from [6], [4], [7].

2. Basic Equations. Let V be a regular (in sense of Kellog) region of the space occupied by the considered medium, whose boundary is S.

Let's suppose that the initial body is homogeneous, anisotropic and it has a centre of symmetry at each point — that means that the characteristics of the material are constants, and [2] $b_i = 0$, $B_{ijkl} = 0$ and $c_{ij} = 0$ (the last two conditions were omitted in [3]).

The basic equations for the generalized theory of linear micropollar thermoelasticity are [2]:

i) The equations of motion:

$$t_{ji,\,j} + \rho F_i = \rho \ddot{u}_i,$$

$$m_{ji,j} + \varepsilon_{ijk} t_{jk} + \rho M_i = I_{ij} \ddot{\varphi}_j, \tag{1}$$

$$\theta_0 \rho \dot{\eta} + q_{i,i} = \rho r.$$

ii) The constitutive equations:

$$t_{ij} = A_{ijkl} e_{kl} + a_{ij} (\theta + \alpha \dot{\theta}), \qquad m_{ij} = C_{ijkl} \varkappa_{kl},$$

$$\rho \eta = a + d\,\theta + h\,\dot{\theta} - a_{ij} e_{ij}, \qquad q_i = -\theta_0 k_{ij} \theta_{ij}. \tag{2}$$

iii) The geometrical relations :

$$e_{ij} = u_{j,i} - \varepsilon_{ijk}\varphi_k, \qquad \varkappa_{ij} = \varphi_{j,i}. \tag{3}$$

The notations used are those from [2], [3]. The characteristics constants of the material must satisfy the simmetry conditions :

$$A_{ijkl} = A_{klij}, \quad C_{ijkl} = C_{klij}, \quad I_{ij} = I_{ji}, \quad k_{ij} = k_{ji}. \tag{4}$$

To the system of field equations, we adjoin the initial conditions :

$$\begin{gathered} u_i(x,0) = a_i(x), \quad \dot{u}_i(x,0) = b_i(x); \quad \varphi_i(x,0) = c_i(x); \\ \dot{\varphi}_i(x,0) = d_i(x); \quad \theta(x,0) = 0; \quad \dot{\theta}(x,0) = \dot{T}_0(x); \\ (\text{or } \rho\,\eta(x,0) = a + d\,\dot{\theta}(x,0) - a_{ij}\,e_{0ij} = \rho\,\eta_0(x)), \end{gathered} \tag{5}$$

and the boundary conditions :

$$\begin{gathered} u_i = \tilde{u}_i \text{ on } S_1 \times [0,\infty); \quad \varphi_i = \tilde{\varphi}_i \text{ on } S_3 \times [0,\infty); \quad \theta = \tilde{\theta} \text{ on } S_5 \times [0,\infty); \\ t_i = \tilde{t}_i \text{ on } S_2 \times [0,\infty); \quad m_i = \tilde{m}_i \text{ on } S_4 \times [0,\infty); \quad q = \tilde{q} \text{ on } S_6 \times [0,\infty); \end{gathered} \tag{6}$$

where a_i, b_i, c_i, d_i, η_0 (or $\dot{T}_0$), $\tilde{u}_i$, $\tilde{t}_i$, $\tilde{m}_i$, $\tilde{\theta}$, $\tilde{\varphi}_i$, $\tilde{q}$ are prescribed functions, and S_p $(p = 1, \ldots, 6)$ denotes subsets of S such that $S_1 \cup S_2 = S_3 \cup S_4 = S_5 \cup S_6 = S$ and $S_1 \cap S_2 = S_3 \cap S_4 = S_5 \cap S_6 = \varnothing$.

3. Somigliana's Relations. Let 's consider the body subject to two different systems of thermoelastic loadings

$$\begin{gathered} J_i = \{\rho F_j^i, \rho M_j^i, \rho r^i, \tilde{u}_j^i, \tilde{t}_j^i, \tilde{\varphi}_j^i, \tilde{m}_j^i, \tilde{\theta}^i, \tilde{q}^i, a_j^i, b_j^i, c_j^i, d_j^i, \eta_0^i\} \\ (i = 1,2)\,(j = 1, 2, 3) \end{gathered} \tag{7}$$

and the two corresponding thermoelastic configurations

$$C_i = \{u_j^i, \varphi_j^i, \theta^i\} \quad (i = 1, 2; j = 1, 2, 3). \tag{8}$$

We denote by :

$$\begin{gathered} g \equiv t, \quad l \equiv 1, \quad \rho f_j^i = g \overset{*}{\times} \rho F_j^i + \rho\,(t\,b_j^i + a_j^i), \\ \rho g_j^i = g \overset{*}{\times} \rho M_j^i + \rho\,(t\,d_j^i + c_j^i), \\ W^i = \frac{1}{\theta_0}(l \overset{*}{\times} r^i + \rho\,\eta_0^i - a), \quad (i = 1, 2; j = 1, 2, 3). \end{gathered} \tag{9}$$

We gave a reciprocity relation ([3], Theorem 2.3) :

Theorem 1. *If a thermoelastic solid is subject to two different systems of thermoelastic loadings J_i $(i = 1, 2)$, then between the corresponding thermoelastic configurations C_i $(i = 1, 2)$ there is the following reciprocity relation (for $S_1 = S_3 = S_6 = 0$, $S_2 = S_4 = S_5 = S$) :*

$$\int_V [\rho f_j^1 \overset{*}{-} u_j^2 - l \overset{*}{-} (l \overset{*}{-} W^1 + \alpha W^1) \overset{*}{-} \theta^2 + \rho g_j^1 \overset{*}{-} \varphi_j^2] \, dV +$$

$$+ \int_S \left\{ g \overset{*}{-} \left[\tilde{t}_j^1 \overset{*}{-} u_j^2 + \tilde{m}_j^1 \overset{*}{-} \varphi_j^2 + \frac{1}{\theta_0} (l \overset{*}{-} q^1 + \alpha q^1) \overset{*}{-} \theta^2 \right] \right\} dS =$$

(10)

$$= \int_V [\rho f_j^2 \overset{*}{-} u_j^1 + \rho g_j^2 \overset{*}{-} \varphi_j^1 - l \overset{*}{-} (l \overset{*}{-} W^2 + \alpha W^2) \overset{*}{-} \theta^1] \, dV +$$

$$+ \int_S g \overset{*}{-} \left[\tilde{t}_j^2 \overset{*}{-} u_j^1 + \tilde{m}_j^2 \overset{*}{-} \varphi_j^1 + \frac{1}{\theta_0} (l \overset{*}{-} q^2 + \alpha q^2) \overset{*}{-} \theta^1 \right] dS.$$

Let now be seven different systems of thermoelastic loadings J_1, denoted by J_1^s $(s = 1, \ldots, 7)$, where

(11) $J_1^i = \{F_j^i = \delta(x - \xi)\, \delta(t)\, \delta_{ij}\,;\ M_j^i = r^i = 0\,;\ (i = 1.\ 2,\ 3\,;\ j = 1, 2, 3)\}$,

(12) $J_1^{i+3} = \{F_j^{i+3} = 0\,;\ M_j^{i+3} = \delta(x - \xi)\, \delta(t)\, \delta_{ij}\,;\ r^{i+3} = 0\ (i, j = 1, 2, 3)\}$,

(13) $J_1^7 = \{F_j^7 = M_j^7 = 0\,;\ r^7 = \delta(x - \xi)\, \delta(t)\}$,

with homogeneous initial conditions

(14) $a_j^s = b_j^s = c_j^s = d_j^s = \rho \eta_0^s - a = 0 \quad (s = 1, \ldots, 7\,;\ j = 1, 2, 3)$,

which will generate the seven systems of displacements, microrotations and temperatures (so called the fundamental solutions):

(15) $U_j^i\,, \quad \Phi_j^i\,, \quad T^i\,;$

(16) $U_j^{i+3}, \quad \Phi_j^{i+3}, \quad T^{i+3}\,;$

(17) $U_j^7\,, \quad \Phi_j^7\,, \quad T^7 \quad (i = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, 3)$

respectively.

Let P_j^s, M_j^s, $Q^s (s = 1, \ldots, 7)$ be the components of tractions, surface moments and heat fluxis, generated by U_j^s, Φ_j^s, T^s on S $(s = 1, \ldots, 7)$.

The system of thermoelastic loadings

(18) $J_2 = \{\rho F_j, \rho M_j, \rho r, \tilde{t}_j, \tilde{m}_j, \tilde{\theta}, a_j, b_j, c_j, d_j, \rho \eta_0 - a\}$

generate the system $\{u_j, \varphi_j, \theta\}$. If we denote by

(19) $\rho u_j = \tau^j, \ \rho \varphi_j = \tau^{j+3}, \ -\left(1 \overset{*}{-} \frac{\rho \theta}{\theta_0} + \frac{\alpha \rho \theta}{\theta_0}\right) = \tau^7 \quad (j = 1, 2, 3)$,

then from (10), we find

T h e o r e m 2. *The components of the displacement vector, microrotation vector and temperature* (19), *corresponding to the system of thermoelastic loading* J_2 (18), *are given by the following relation*:

$$[g \overset{*}{\times} \tau^s](\xi, t) = \int_V [\rho f_j \overset{*}{\times} U_j^s + \rho g_j \overset{*}{\times} \Phi_j^s - l \overset{*}{\times} (l \overset{*}{\times} W +$$

$$(20) \quad + \alpha W) \overset{*}{\times} T^s] \, dV + \int_S g \overset{*}{\times} \left[\tilde{t}_j \overset{*}{\times} U_j^s - P_j^s \overset{*}{\times} u_j + \tilde{m}_j \overset{*}{\times} \Phi_j^s - \right.$$

$$\left. - M_j^s \overset{*}{\times} \varphi_j + \frac{1}{\theta_0} (1 \overset{*}{\times} q + \alpha q) \overset{*}{\times} T^s - \frac{1}{\theta_0} (1 \overset{*}{\times} Q^s + \alpha Q^s) \overset{*}{\times} \tilde{\theta} \right] dS.$$

Proof. We give the proof only for $i = 1$. Now

$$(21) \quad J_1^1 = \{F_1^1 = \delta(x - \xi)\, \delta(t) \, ; \, F_2^1 = F_3^1 = M_1^1 = M_2^1 = M_3^1 = r^1 = 0\}$$

will generate U_j^1, Φ_j^1, T^1, $(j = 1, 2, 3)$. From (9), (14) and (21) we get

$$(22) \quad f_1^1 = g \overset{*}{\times} \delta(x - \xi)\, \delta(t), \quad f_2^1 = f_3^1 = 0, \quad g_j^1 = 0, \quad W^1 = 0$$

so that

$$(23) \quad \int_V \rho f_j^1 \overset{*}{\times} v_j^2 \, dV = \int_V \rho f_1^1 \overset{*}{\times} u_1 \, dV = [g \overset{*}{\times} \tau^1](\xi, t).$$

Now, from (10), by using (21), (23) we have

$$[g \overset{*}{\times} \tau^1](\xi, t) = \int_V [\rho f_j \overset{*}{\times} U_j^1 + \rho g_j \overset{*}{\times} \Phi_j^1 - l \overset{*}{\times} (l \overset{*}{\times} W + \alpha W) \overset{*}{\times} T^1] dV +$$

$$+ \int_S \left\{ g \overset{*}{\times} \left[\tilde{t}_j \overset{*}{\times} U_j^1 + \tilde{m}_j \overset{*}{\times} \Phi_j^1 + \frac{1}{\theta_0} (l \overset{*}{\times} q + \alpha q) \overset{*}{\times} T^1 \right] \right\} dS -$$

$$- \int_S \left\{ g \overset{*}{\times} \left[P_j^1 \overset{*}{\times} u_j + M_j^1 \overset{*}{\times} \varphi_j + \frac{1}{\theta_0} (l \overset{*}{\times} Q^1 + \alpha Q^1) \overset{*}{\times} \tilde{\theta} \right] \right\} dS,$$

which is (20) for $s = 1$. Q.E.D.

If to the loading systems (11) — (13) we adjoin the boundary conditions

$$(24) \quad \tilde{t}_j^s = \tilde{m}_j^s = \tilde{\theta}^s = 0 \quad \text{on} \quad S \ (s = 1, \ldots, 7),$$

then (20) becomes

$$[g \overset{*}{\times} \tau^s](\xi, t) =$$

$$(25) \quad = \int_V [\rho f_j \overset{*}{\times} U_j^s + \rho g_j \overset{*}{\times} \Phi_j^s - l \overset{*}{\times} (l \overset{*}{\times} W + \alpha W) \overset{*}{\times} T^s] \, dV +$$

$$+ \int_S g \overset{*}{\times} \left[\tilde{t}_j \overset{*}{\times} U_j^s + \tilde{m}_j \overset{*}{\times} \Phi_j^s + \frac{1}{\theta_0} (l \overset{*}{\times} q + \alpha q) \overset{*}{\times} T^s \right] dS,$$

and U_j^s, Φ_j^s, T^s constitute „Green functions" corresponding to the considered domain.

If instead of the relation $(2)_3$ we assume

$$\rho\eta^{(2)} = a + d\theta^{(2)} + h\dot{\theta}^{(2)}, \tag{26}$$

then we obtain the uncoupled problem of micropolar thermoelasticity, P^2.

We seek to get the relation between the thermoelastic configurations C^1 and C^2 corresponding to the coupled problem P^1 and to uncoupled problem P^2, respectively.

Theorem 3. *If a micropolar thermoelastic solid is subjected to two different systems of thermoelastic loadings J_i $(i = 1, 2)$, then between thermoelastic configurations C_i $(i = 1, 2)$ corresponding to the problems P_i $(i = 1, 2)$ there is the following reciprocity relation:*

$$\int_V [\rho f_j^1 \overset{*}{} u_j^2 + \rho g_j^1 \overset{*}{} \varphi_j^2 - l \overset{*}{} (l \overset{*}{} W^1 + \alpha W^1) \overset{*}{} \theta^2] \, dV +$$

$$+ \int_S g \overset{*}{} \left[\tilde{t}_j^1 \overset{*}{} u_j^2 + \tilde{m}_j^1 \overset{*}{} \varphi_j^2 + \frac{1}{\theta_0} (l \overset{*}{} \tilde{q}^1 + \alpha \tilde{q}^1) \overset{*}{} \theta^2 \right] dS =$$

$$= \int_V [\rho f_j^2 \overset{*}{} u_j^1 + \rho g_j^2 \overset{*}{} \varphi_j^1 - \int_V [g \overset{*}{} a_{ij}\theta^1 \overset{*}{} e_{ij}^2 + l \overset{*}{} \alpha a_{ij}\theta^1 \overset{*}{} e_{ij}^2] \, dV = \tag{27}$$

$$= \int_V [\rho f_j^2 \overset{*}{} u_j^1 + \rho g_j^2 \overset{*}{} \varphi_j^1 - l \overset{*}{} (l \overset{*}{} W^2 + \alpha W^2) \overset{*}{} \theta^1] \, dV +$$

$$+ \int_S g \overset{*}{} \left[t_j^2 \overset{*}{} u_j^1 + m_j^2 \overset{*}{} \varphi_j^1 + \frac{1}{\theta_0} (l \overset{*}{} q^2 + \alpha q^2) \overset{*}{} \theta^1 \right] dS.$$

Proof. On the basis of relation (4), from $(2)_{1,2,3}$ for the coupled problem P^1 and $(2)_{1,2}$ and (26) for the uncoupled problem P^2, we obtain:

$$[t_{ij}^1 - a_{ij}(\theta^1 + \alpha\dot{\theta}^1)] \overset{*}{} e_{ij}^2 = [t_{ij}^2 - a_{ij}(\theta^2 + \alpha\dot{\theta}^2)] \overset{*}{} e_{ij}^1,$$

$$m_{ij}^1 \overset{*}{} e_{ij}^2 = m_{ij}^2 \overset{*}{} e_{ij}^1,$$

$$[-(\rho\eta^1 - a) + h\dot{\theta} - a_{ij} e_{ij}^1] \overset{*}{} \theta^2 = [-(\rho\eta^2 - a) + h\dot{\theta}^2] \overset{*}{} \theta^1,$$

$$[-\alpha(\rho\eta^1 - a) + \alpha d\theta^1 - \alpha a_{ij} e_{ij}^1] \overset{*}{} \dot{\theta}^2 = [-\alpha(\rho\eta^2 - a) + \alpha d\theta^2] \overset{*}{} \dot{\theta}^1.$$

Adding up these relations we get

$$t_{ij}^1 \overset{*}{} e_{ij}^2 + m_{ij}^1 \overset{*}{} \varkappa_{ij}^2 - (\rho\eta^1 - a) \overset{*}{} (\theta^2 + \alpha\dot{\theta}^2) - a_{ij}(\theta^1 + \alpha\dot{\theta}^1) \overset{*}{} e_{ij}^2 +$$

$$+ h\,\dot{\theta}^1 \overset{*}{} \theta^2 + \alpha d\theta^1 \overset{*}{} \dot{\theta}^2 = t_{ij}^2 \overset{*}{} e_{ij}^1 + m_{ij}^2 \overset{*}{} \varkappa_{ij}^1 - (\rho\eta^2 - a) \overset{*}{} (\theta^1 +$$

$$+ \alpha\dot{\theta}^1) + h\dot{\theta}^2 \overset{*}{} \theta^1 + \alpha d\theta^2 \overset{*}{} \dot{\theta}^1,$$

so that

$$\int_V g \ast [t_{ij}^1 \ast e_{ij}^2 + m_{ij}^1 \ast \varkappa_{ij}^2 - (\rho\eta^1 - a) \ast (\theta^2 + \alpha\dot{\theta}^2)]\,dV - \int_V [g \ast a_{ij}(\theta^1 +$$

$$+ \alpha\,\dot{\theta}^1) \ast e_{ij}^2 - h\,\dot{\theta}^1 \ast \theta^2 - \alpha\, d\,\theta^1 \ast \dot{\theta}^2]\,dV = \int_V g \ast [t_{ij}^2 \ast e_{ij}^1 +$$

$$+ m_{ij}^2 \ast \varkappa_{ij}^1 - (\rho\eta^2 - a) \ast (\theta^2 + \alpha\dot{\theta}^2) + h\dot{\theta}^2 \ast \theta^1 + \alpha d\theta^2 \ast \dot{\theta}^1]\,dV.$$

By using the initial conditions, the notations (9), the properties of convolution and the divergence theorem, we get (27). Q.E.D.

Now, from (27), for $S_1 = S_3 = S_6 = 0$, $S_2 = S_4 = S_5 = S$ and homogeneous initial conditions for $J_i\,(i = 1, 2)$ we get

$$\int_V \left[\rho F_j^1 \ast u_j^2 + \rho M_j^1 \ast \varphi_j^2 - \left(l \ast \frac{\rho r^1}{\theta_0} + \frac{\alpha\rho r^1}{\theta_0}\right) \ast \theta^2\right] dV +$$

$$+ \int_S \left[t_j^1 \ast u_j^2 + m_j^1 \ast \varphi_j^2 + \frac{1}{\theta_0}(l \ast q^1 + \alpha\, q^1) \ast \theta^2\right] dS = \int_V \Big[\rho F_j^2 \ast u_j^1 +$$

(28)

$$+ \rho M_j^2 \ast \varphi_j^1 - \left(l \ast \frac{\rho r^2}{\theta_0} + \alpha\rho \frac{r^2}{\theta_0}\right) \ast \theta^1\Big] dV + \int_S \Big[t_j^2 \ast u_j^1 + m_j^2 \ast \varphi_j^1 +$$

$$+ \frac{1}{\theta_0}(l \ast q^2 + \alpha q^2) \ast \theta^1\Big] dS + \int_V a_{ij}(\theta^1 + \alpha\dot{\theta}^1) \ast e_{ij}^2\,dV.$$

Let now consider a consequence of the relation (28).

We assume that the uncoupled problem P^2 correspond to the following thermoelastic loading system

(29) $$J_2 = \{F_j^2 = M_j^2 = 0\ ;\ r^2 = \delta(x - \xi)\,\delta(t)\}$$

and homogeneous boundary conditions.

This system will generate the displacements, microrotations and thermal fields denoted by

(30) $$\{U_j,\ \Phi_j,\ T,\ Q\}.$$

For the coupled problem P^1, we assume that

(31) $$J_1 = \{\rho F_j,\ \rho M_j,\ \rho r,\ \tilde{t}_j,\ \tilde{m}_j,\ \tilde{\theta}\}$$

and homogeneous initial conditions, will generate $\{u_j, \varphi_j, \theta\}$. From (28) we get

$$\frac{\rho}{\theta_0}(\theta + \alpha\dot{\theta})(\xi, t) = -\int_V \left[\rho F_j \ast \dot{U}_j + \rho M_j \ast \dot{\Phi}_j - \frac{\rho r}{\theta_0}(T + \alpha\dot{T})\right] dV -$$

(32)

$$- \int_S \left[\tilde{t}_j \ast \dot{U}_j + \tilde{m}_j \ast \dot{\Phi}_j - \frac{1}{\theta_0}\tilde{\theta} \ast (Q + \alpha\dot{Q})\right] dS +$$

$$+ \int_V a_{ij}(\theta + \alpha\dot{\theta}) \ast (\dot{U}_{j,i} - \varepsilon_{ijk}\dot{\Phi}_k)\,dV.$$

By using the relation (28) and the properties of convolution, we obtain

Theorem 4. *Solving the problem of coupled thermoelasticity for a micropolar thermoelastic solid, corresponding to the thermoelastic loading* (31) *and to homogeneous initial conditions, is reduced to the solving of an associated problem of uncoupled thermoelasticity corresponding to the loading* (29) *and to the solving of the integral equation* (30).

These applications of theorems of reciprocity generalize the results from [4], [6], [7].

Received October 31, 1978

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanics

REFERENCES

1. Green A. E., Lindsay K. A., J. of Elasticity, 2, *1*, 1—7 (1972).
2. Boschi E., Ieşan D., Meccanica, 7, *3*, 154—157 (1973).
3. Rusu E., Bul. Inst. polit. Iași, XXII (XXVI), *1—2*, s. IV, 87—93 (1976).
4. Ieşan D., Rev. Roum. Math. Purres et Apll., XV, *8*, 1181—1195 (1970).
5. Ieşan D., Memorie dell'Accad. Sci. Torino, Classe di Sci. Fisiche, Mat. e Naturali, Serie *4*, 17 (1974).
6. Ionescu-Cazimir V., Bull. Acad. Pol. Sci., Ser. Sci. Tech., XII, *9*, 481, 667 (1964).
7. Nowacki W., Pricl. Mat. Mech., 1, *3*, 3—17 (1967).

UNELE APLICAȚII ALE TEOREMELOR DE RECIPROCITATE ÎN O TEORIE GENERALIZATĂ A TERMOELASTICITĂȚII MICROPOLARE LINIARE

(Rezumat)

Teoria generalizată a termoelasticității liniare a fost elaborată de A. E. Green și K. A. Lindsay și extinsă de E. Boschi și D. Ieşan pentru medii micropolare. În această lucrare se obțin unele aplicații ale teoremelor de reciprocitate, care constau în exprimarea soluției problemei din teoria generalizată a termoelasticității micropolare prin formule de tip Somigliana.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 531.2 ; 621.4

ASUPRA ECUAŢIILOR DE ECHILIBRU STATIC ALE MOTORULUI LINIAR CU PISTON

DE

C. ACKER

În cadrul unor discuţii purtate cu specialişti din domeniul construcţiei de motoare cu piston, s-a subliniat adesea faptul că din lipsa informaţiilor asupra mecanismului de producere a solicitărilor în motoarele liniare cu piston, asemenea motoare se consideră a fi simple motoare tip bielă-manivelă „cu biela scurtă" egală cu manivela, motiv pentru care solicitările din articulaţia ce leagă pistonul (sau tija pistonului) cu biela rezultă a fi prea mari pentru a face recomandabilă punerea în lucru a proiectelor unor asemenea motoare (este cunoscut faptul că raportul între lungimea manivelei şi a bielei se prevede cît mai coborît sub valoarea 1/3 în vederea menţinerii modulului solicitării din articulaţia menţionată la valori cît mai coborîte sub 1/3 din modulul forţei **F** aplicate pistonului). Rezultă deci că de solicitarea notată mai jos prin $\mathbf{L}_2$ este legată ezitarea în luarea deciziei de punere în lucru a proiectelor pentru prototipuri româneşti de motor liniar cu piston.

Ţinînd seama de interesul special pe care îl prezintă solicitările statice din motorul liniar cu piston (solicitări care, experimental, s-au dovedit a fi remarcabil de mici) şi în vederea argumentării teoretice, în genere, a rezultatelor experimentale excepţionale obţinute cu motorul liniar cu piston, în lucrare se stabilesc ecuaţiile complete de echilibru static pentru acest motor după cum urmează (fig. 1, 2, 3 redau succint schema de principiu a motorului liniar cu piston, cunoscută din publicaţiile apărute în ţară şi peste hotare) :

I. Pentru *forţele aplicate tijei Tx, cu pistoane la extremităţi şi avînd axa de simetrie longitudinală pe OX*, folosind polul de reducere *O* (fig. 3, în care planele XOY şi $X_iO_iY_i$, i = 1, 2, 3, conţin centrul de masă al piesei rigide $ABBC$, mai clar vizibilă în figurile 1, 2, forma acestei piese completîndu-se de regulă cu încă „un cot" şi un pinion *4* (fig. 1, 2) astfel încît să se realizeze o distribuţie simetrică a maselor în raport cu mijlocul (sau centrul geometric al) barei AB din componenţa acestei piese completate rigide (fig. 4) ; reperul $XOYZ$ este solidar cu batiul).

II. Pentru *forţele aplicate piesei ABBC completată ca în fig. 4*, folosind drept pol de reducere mijlocul H (centrul geometric) al porţiunii PA din componenţa acestei piese ($QPABBC$) rigide în totalitatea ei (fig. 4).

III. Pentru *forțele aplicate tijei Ty, avînd axa de simetrie longitudinală pe Oy* (și prevăzută *cu* sau *fără* pistoane la extremități), folosind polul de reducere *O*.

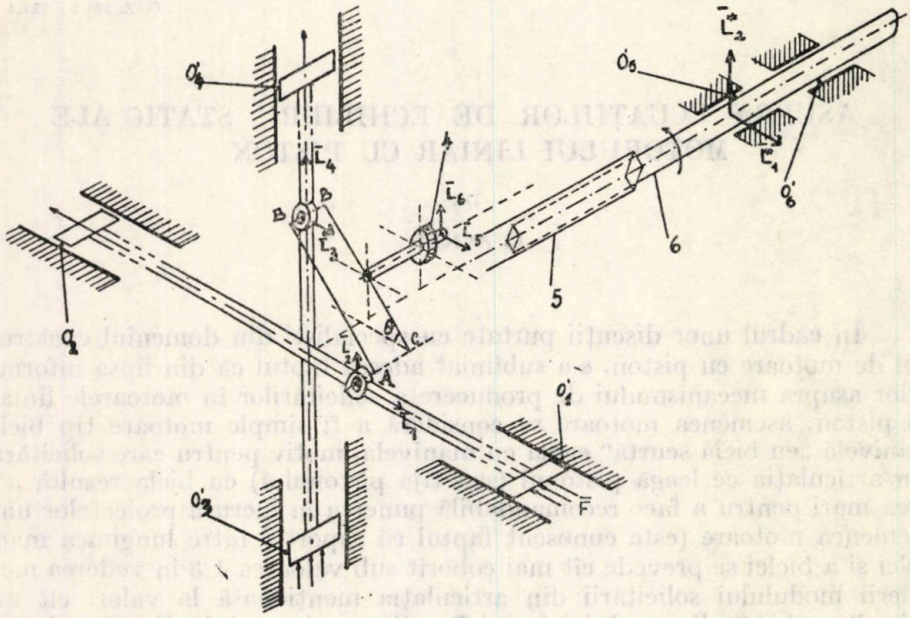


Fig. 1

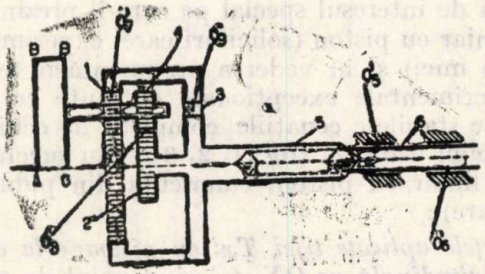


Fig. 2

IV. Pentru *forțele aplicate arborelui motor* (*considerat împreună cu tot ce se rotește solidar cu acesta*), folosind polii O_9, O_7 sau O_8 (fig. 2, 3), după cum cuplarea arborelui motor se face prin manivela *3*, prin coroana dințată interior *1*, respectiv prin pinionul *2* (fig. 2).

Menționăm că am considerat situația în care sînt active doar pistoanele de la extremitățile tijei *Tx*, caz în care avem un singur element conducător al mecanismului respectiv.

Dacă arborele motor este cuplat prin manivela *3* (fig. 2), se obține sistemul ecuațiilor de echilibru static:

$$
(I)\quad \begin{cases}
1)\ OX: & (T_1 + T_2, + L_1 = F, \\
2)\ OY: & (N_1 + N_2) + L_2 = G_{Tx}, \\
3)\ OX: \\
4)\ OY: & \text{ecuațiile } 3-4 \text{ de moment, în proiecție pe } OX \text{ și pe } OY, \text{ se obțin identice precedentelor } 1)-2) \\
5)\ OZ: & d_1 N_1 - d_2 N_2 + L(N_1 + N_2)\cos\theta + r_p(T_1 + T_2) + \\
 & + L_2 L\cos\theta + M_A = LG_{Tx}\cos\theta;
\end{cases}
$$

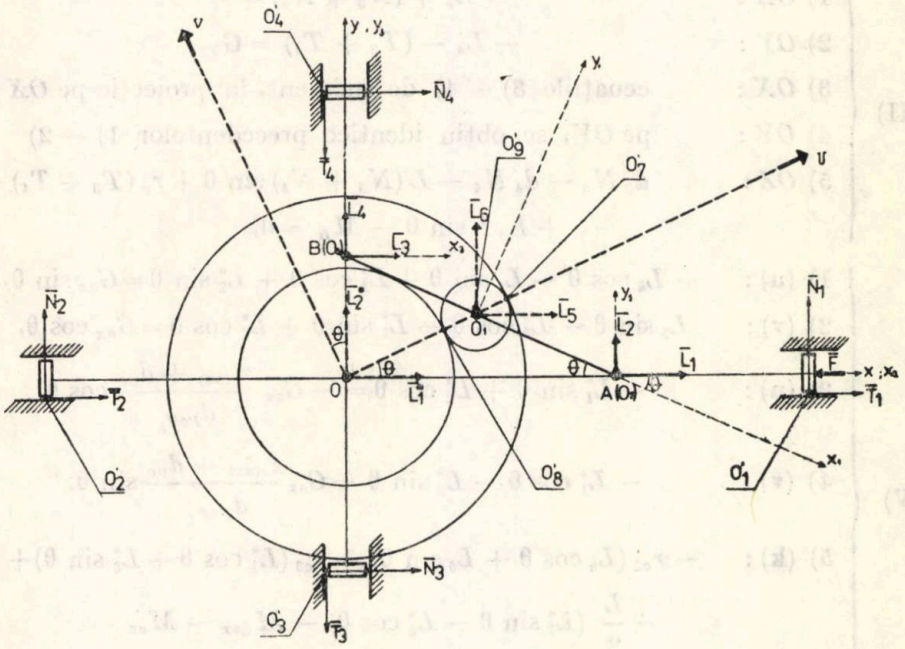


Fig. 3

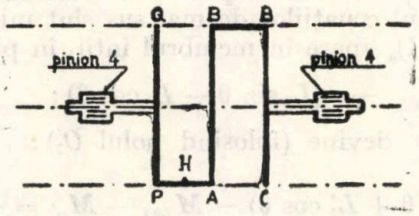


Fig. 4

$$
(II)\quad
\begin{cases}
1)\ HX_2: & -L_1+L_3+L_5=0,\\
2)\ HY_2: & -L_2+L_4+L_6=G_{AB},\\
3)\ HX_2: & 2L^*L_4+d_{HPc}L_6=L^*G_{AB},\\
4)\ HY_2: & -2L^*L_3-d_{HPc}L_5=0,\\
5)\ HZ_2: & -L(L_3\sin\theta+L_4\cos\theta)-\dfrac{L}{2}(L_5\sin\theta+L_6\cos\theta)-\\
 & -M_A+M_B+M_{c3}=-\dfrac{L}{2}G_{AB}\cos\theta;
\end{cases}
$$

$$
(III)\quad
\begin{cases}
1)\ OX: & -L_3+(N_3+N_4)=0,\\
2)\ OY: & -L_4-(T_3+T_4)=G_{Ty},\\
3)\ OX: & \text{ecuațiile 3) — 4) de moment, în proiecție pe } OX \text{ și}\\
4)\ OY: & \text{pe } OY, \text{ se obțin identice precedentelor 1) — 2)}\\
5)\ OZ: & d_3N_3-d_4N_4-L(N_3+N_4)\sin\theta+r_p(T_3+T_4)+\\
 & +L_3L\sin\theta-M_B=0,
\end{cases}
$$

$$
(IV)\quad
\begin{cases}
1)\ (\mathbf{u}): & -L_5\cos\theta-L_6\sin\theta+L_1^*\cos\theta+L_2^*\sin\theta=G_{ax}\sin\theta,\\
2)\ (\mathbf{v}): & L_5\sin\theta-L_6\cos\theta-L_1^*\sin\theta+L_2^*\cos\theta=G_{ax}\cos\theta,\\
3)\ (\mathbf{u}): & -L_1^*\sin\theta+L_2^*\cos\theta=-G_{\mathrm{ax}}\dfrac{z_{c(\mathrm{ax})}+d_{pc}}{d_{PcP_L}}\cos\theta,\\
4)\ (\mathbf{v}): & -L_1^*\cos\theta-L_2^*\sin\theta=G_{\mathrm{ax}}\dfrac{z_{c(\mathrm{ax})}+d_{pc}}{d_{PcP_L}}\sin\theta,\\
5)\ (\mathbf{k}): & -r_{c3}(L_5\cos\theta+L_6\sin\theta)+r_{c3}(L_1^*\cos\theta+L_2^*\sin\theta)+\\
 & +\dfrac{L}{2}(L_1^*\sin\theta-L_2^*\cos\theta)-M_{L\mathrm{ax}}-M_{c3}=\\
 & =G_{\mathrm{ax}}\left(\dfrac{L}{2}\cos\theta-r_{c3}\sin\theta\right).
\end{cases}
$$

Dacă arborele motor este cuplat prin coroana dințată interior *1*, modificările în sistemul ecuațiilor de mai sus sînt mici și anume:

a) în ecuația $(II)_5$ apare în membrul întîi, în plus, termenul

$$-r(L_5\sin\theta-L_6\cos\theta);$$

b) ecuația (IV) devine (folosind polul O_7'):

$$-\left(\frac{L}{2}+r\right)(-L_1^*\sin\theta+L_2^*\cos\theta)-M_{L\mathrm{ax}}-M_{O_7'}=-G_{\mathrm{ax}}\left(\frac{L}{2}+r\right)\cos\theta.$$

Dacă arborele motor este cuplat prin pinionul *2*, modificările sistemului de ecuații sînt de asemenea mici, anume:

a) în ecuația $(II)_5$ apare în primul membru, în plus, termenul

$$r(L_5 \sin\theta - L_6 \cos\theta);$$

b) ecuația $(IV)_5$ devine (folosind polul O_8'):

$$-\left(\frac{L}{2}-r\right)(-L_1^* \sin\theta + L_2^* \cos\theta) - M_{Lax} - M_{O_8'} = -G_{ax}\left(\frac{L}{2}-r\right)\cos\theta.$$

Precizăm că am considerat cursa activă, a pistoanelor de la extremitățile tijei *Tx*, *orizontală*.

În fig. 1, 3, în afară de forța **F**, considerată forță concentrată aplicată pistonului din dreapta și avînd ca dreaptă suport axa de simetrie longitudinală a tijei *Tx*, se relevă forțele de legătură ce intervin în ecuațiile (I) ... (IV) și anume:

a) $\mathbf{L}_1$ și $\mathbf{L}_2$ în articulația cilindrică *A* (fig. 1), concomitent cu momentul rezistent din acest lagăr $\mathbf{M}_A$, de modul maxim $\mu^{**} r_A \sqrt{L_1^2 + L_2^2}$ (μ^{**}—coeficient de frecare în lagăr și r_A — raza secțiunii axului articulației din *A*);

b) $\mathbf{L}_3$ și $\mathbf{L}_4$ în articulația cilindrică *B* (fig. 1), o dată cu momentul rezistent din acest lagăr $\mathbf{M}_B$, de modul maxim $\mu^{***} r_B \sqrt{L_3^2 + L_4^2}$ (μ^{***} — coeficient de frecare în lagăr și r_B — raza secțiunii axului articulației din *B*);

c) $\mathbf{N}_1$ și $\mathbf{N}_2$ ca reacțiuni la simpla rezemare a pistoanelor tijei *Tx* în cilindrii respectivi, cu punctele de aplicație la distanțele (nedeterminate) d_1 respectiv d_2 de dreapta suport a forței $\mathbf{L}_2$, precum și forțele respective de frecare $\mathbf{T}_1$, $\mathbf{T}_2$, de moduli maximi μN_1 și μN_2 (μ — coeficient de frecare la alunecare a pistoanelor în cilindri);

d) $\mathbf{N}_3$ și $\mathbf{N}_4$ ca reacțiuni la simpla rezemare a pistoanelor tijei *Ty* în cilindrii respectivi, cu punctele de aplicație la distanțele (nedeterminate) d_3 și d_4 față de dreapta suport a forței $\mathbf{L}_3$, precum și forțele de frecare corespunzătoare $\mathbf{T}_3$ și $\mathbf{T}_4$, de moduli maximi μN_3 și μN_4 (μ — coeficient de frecare la alunecare a pistoanelor în cilindri, considerat cu aceeași valoare ca aceea de la punctul precedent c));

e) $\mathbf{L}_5$ și $\mathbf{L}_6$ în butonul manivelei *3* (fig. 2), sau în punctele de angrenare O_7' sau O_8' (fig. 2, 3), la antrenarea arborelui motor respectiv prin manivela *3*, prin angrenarea coroanei dințate interior *1*, sau prin angrenarea pinionului *2* (fig. 2); concomitent s-a considerat în cazul cuplării arborelui motor prin manivela *3* — momentul rezistent din lagărul manivelei *3* notat $\mathbf{M}_{c3}$, de modul maxim $\mu'' r_{c3} \sqrt{L_5^2 + L_6^2}$ (μ'' — coeficient de frecare în lagărul *3* și r_{c3} — raza secțiunii axului din lagărul *3*), sau momentul rezistent la rostogolire $\mathbf{M}_{O_7'}$, sau $\mathbf{M}_{O_7'}$, de modul maxim $s^* \sqrt{(L_5 \cos\theta + L_6 \sin\theta)^2}$ (fig. 3) în cazul antrenării arborelui motor prin coroana dințată interior *1*, respectiv prin pinionul *2* (fig. 2) (s^* — coeficient de frecare la rostogolire);

f) $\mathbf{L}_1^*$ și $\mathbf{L}_2^*$ în lagărul arborelui motor și momentul rezistent din acest lagăr $\mathbf{M}_{Lax}$, de modul maxim $\mu^* r_{ax} \sqrt{L_1^{*2} + L_2^{*2}}$ (μ^* — coeficient de frecare în lagărul arborelui motor, r_{ax} — raza secțiunii arborelui motor).

Alte mărimi ce intervin în ecuațiile sistemului sînt: greutățile pieselor componente $\mathbf{G}_{Tx}$, $\mathbf{G}_{AB}$, $\mathbf{G}_{Ty}$, $\mathbf{G}_{ax}$ proprii tijei *Tx*, piesei *QPABBC*, tijei *Ty*,

respectiv arborelui motor (considerat împreună cu tot ce se rotește solidar cu acesta) ; L — lungimea barei AB din componența piesei $QPABBC$; unghiul θ din fig. 1, 3 ; L^* — semidistanța între axele de simetrie longitudinale ale tijelor Tx și Ty ; $z_{c(ax)}$ cota, în reperul $XOYZ$, a centrului de greutate al arborelui motor, considerat împreună cu tot ce se rotește solidar cu acesta ; d_{pc} — distanța de la centrul de masă al piesei $QPABBC$ pînă la „planul" ce conține cupla cinematică *3* (sau butonul manivelei *3*), respectiv pînă la „planul" ce conține dantura coroanei dințate interior *1* sau dantura pinionului *2*, după modul de cuplare al arborelui motor ; d_{HPc} — distanța de la mijlocul H al porțiunii PA din componența piesei $QPABBC$ pînă la „planul" de cuplare al arborelui motor ; d_{PcP_L} — distanța de la „planul" de cuplare al arborelui motor pînă la „planul" lagărului în care se sprijină arborele motor ; r_p — raza secțiunii pistoanelor ; r — raza secțiunii pinionului *4* (fig. 1, 2).

Ecuațiile $(IV)_3$, $(IV)_4$ dau

$$(1) \qquad L_1^* = 0, \qquad L_2^* = -G_{ax}\frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}};$$

ecuațiile $(IV)_1$, $(IV)_2$ conduc atunci la

$$(2) \qquad L_5 = 0, \qquad L_6 = -G_{ax}\left(1 + \frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right);$$

din ecuațiile $(II)_3$, $(II)_4$ rezultă în continuare

$$(3) \qquad L_3 = 0, \qquad L_4 = \frac{G_{AB}}{2} + G_{ax}\frac{d_{HPc}}{2L^*}\left(1 + \frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right),$$

iar din ecuațiile $(II)_1$, $(II)_2$ urmează

$$(4) \qquad L_1 = 0, \qquad L_2 = -\frac{G_{AB}}{2} + G_{ax}\left(\frac{d_{HPc}}{2L^*} - 1\right)\left(\frac{1 + z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right);$$

de asemenea ecuațiile $(III)_1$, $(III)_2$ dau

$$N_3 + N_4 = 0,$$

$$(5) \qquad T_3 + T_4 = -\frac{G_{AB}}{2} - G_{Ty} - G_{ax}\frac{d_{HPc}}{2L^*}\left(1 + \frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right),$$

iar ecuațiile $(I)_1$, $(I)_2$ conduc la

$$T_1 + T_2 = F,$$

$$(6) \qquad N_1 + N_2 = \frac{G_{AB}}{2} + G_{Tx} - G_{ax}\left(\frac{d_{HPc}}{2L^*} - 1\right)\left(1 + \frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right).$$

Observații. 1. Schimbînd semnul termenilor ce conțin F în ecuațiile sistemului (I) ... (IV) sau direct în rezultatele menționate, obținem situația solicitărilor pe intervalul $\theta \in (180°, 360°)$, anume singură suma $T_1 + T_2$ își schimbă semnul, celelalte rezultate rămînînd nemodificate — toate acestea dacă pistoanele tijei Tx (singurele active) lucrează în doi timpi ; dacă pe intervalul $\theta \in (180°, 360°)$ pistoanele tijei Tx nu resimt acțiunea gazelor din camerele de ardere, atunci suma $T_1 + T_2$ rămîne nulă, celelalte rezultate păstrîndu-se de asemenea nemodificate.

2. Solicitările pe direcția tijei Tx (care este element conducător) în lagărul arborelui motor, în lagărul cuplei cinematice *3* (respectiv la contactul între pinionul *4* cu coroana dințată interior *1*, sau cu pinionul *2*), în lagărele A și B (fig. 1, 3), precum și suma $N_3 + N_4$, au *valori nule*, iar celelalte mărimi obținute (în cea mai mare parte) au *valori mărginite*, ele fiind funcții de greutățile proprii ale pieselor din mecanismul motorului liniar cu piston și de unele dimensiuni (mici) definite mai sus.

3. Valorile mărginite ale modulilor forțelor de legătură obținute rezultă constante (nedepinzînd de poziția mecanismului respectiv), ele putînd deci fi încă reglate (simplu) prin parametrii tehnici ce intervin în expresiile lor ; precizînd convenabil acești parametri — anume $z_{c(\mathrm{ax})}\ (< 0)$, d_{pc}, d_{PcP_L}, d_{HPc}, L^* și valorile greutăților proprii ale celor patru piese Tx, $QPABBC$, Ty și arborele motor (sortit împreună cu tot ce se rotește solidar cu acesta) se poate ajunge, după necesități, la valori neînsemnate ale solicitărilor (de exemplu, dacă se plasează centrul de greutate al arborelui motor în primul lagăr în care acesta se sprijină, atunci se realizează *în plus*

$$L_6 = 0, \qquad L_2^* = G_{\mathrm{ax}}, \qquad L_4 = -L_2 = \frac{G_{AB}}{2},$$

$$T_3 + T_4 = -\frac{G_{AB}}{2} - G_{Ty}, \qquad N_1 + N_2 = \frac{G_{AB}}{2} + G_{Tx}\Big),$$

ceea ce explică „lipsa solicitărilor" în motor, constatată experimental și menționată de S. S. Balandin în cartea sa [1] — (lucru ce prezintă interes pentru specialiștii în construcția motoarelor cu piston contribuind totodată la explicarea randamentului mecanic (94%) și a fiabilității înalte pe care le prezintă motorul liniar cu piston (nu insistăm asupra gabaritului extrem de scăzut — incomparabil mai mic decît al motorului tip bielă-manivelă, asupra puterii specifice de 3 000 CP/m³, asupra materialelor uzuale pe care le reclamă construcția sa, asupra mai bunei și mai economicei organizări a procesului producției sale comparativ cu cea existentă, asupra micilor modificări în procesul tehnologic existent pe care le reclamă producția sa etc.).

4. Menținem în atenția specialiștilor din domeniul construcțiilor de motoare cu piston ideea de a se iniția întocmrea de proiecte pentru construcția în țată a unor prototipuri de motor liniar cu piston.

Primită la 24 octombrie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Баландин С. С., *Безпоршневые двигателя внутренего сгорания.* Машгиз, Москва, 1968.
2. Леонидов Л., Спутник, *2*, 99 (1970).
3. Vîlcovici V., Bălan Şt., Voinea R., *Mecanică teoretică.* Ed. tehn., Buc., 1968.

ОБ УРАВНЕНИЯХ СТАТИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ПОРШНЕВОГО ЛИНЕЙНОГО ДВИГАТЕЛЯ

(Резюме)

В настоящей работе устанавливаются статические усилия поршневого двигателе, отличающиеся от статических усилий поршневого классическо двигателя.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C.621—52

SENSITIVITY SYNTHESIS OF OPTIMAL CONTROL FOR DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS

III. SENSITIVITY SYNTHESIS OF OPTIMAL CONTROL WITH MECHANICAL APPLICATIONS

BY

VICTOR FLORIN POTERAŞU

1. Introduction. In this paper is considered the sensitivity synthesis of optimal control for the problem of terminal control (the minimum energy control problem with terminal constraints), for the systems with small time delays and for the systems with moving boundaries. Let us consider the same model system as defined in [1]. Numerical results are given for the simple heating system (α - variation), the time delay system (γ - variation), the moving boundary system (δ - variation). The numerical results show that the superiority of the sensitivity synthesis to the conventional one in respect that the object $u(t_1, x) = u_d(x)$ of the synthesis problem is satisfied in spite of the parameter variations.

2. Sensitivity Synthesis of Optimal Control for α-parameter Variation. The conventional synthesis of the problem of terminal control is stated as follows :

For the model system described by the following partial differential equation :

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = F(t, x, u(t, x), f(t, x), \eta(t, x)), \quad t > t_0, \quad x \in \Omega \in E^m \tag{1}$$

with the boundary condition

$$H(t, \xi, u(t, \xi), h(t, \xi), \eta(t, \xi)) = 0, \quad t > t_0, \quad \xi \in \Gamma, \tag{2}$$

where Ω is the fixed spatial domain and its boundary is Γ, (other conditions are discuted in [1]), synthesize such controls $f^*(t, x)$ and $h^*(t, \xi)$ that

(i) satisfy the terminal constraint

$$u(t_1, x) = u_d(x), \quad x \in \Omega; \tag{3}$$

(ii) minimize

$$J(f, h) = \int_{t_0}^{t_1} dt \int_{\Omega} f^T(t, x) R(t, x) f(t, x) dx + \int_{t_0}^{t_1} dt \int_{\Gamma} h^T(t, \xi) Q(t, \xi) h(t, \xi) d\xi, \tag{4}$$

where t_1 is the final time, $u_d(x)$ the desired final state, $R(t, x)$ the $r \times r$ positive definite matrix function and $Q(t, \xi)$ the $r' \times r'$ positive definite matrix function.

The difference $\Delta u\,(t, x, \eta)$ in the state between the actual system with the parameter $\eta + \Delta\eta$ and the model system with the parameter η, can be approximated by

$$\Delta u\,(t, x, \eta) \approx \sum_{i=1}^{k} {}_i v(t, x)\,\Delta\eta_i. \tag{5}$$

If the difference $\Delta u\,(t_1, x, \eta)$ at the final time t_1 is estimated to be large, then the main object i of this synthesis problem cannot be satisfied. It is, therefore, necessary to develop another synthesis method which is able to compensate the violence of the terminal constraint.

Since the variation of the terminal state due to the small parameter variation $\Delta\eta$ is approximated to be:

$$\Delta u\,(t_1, x, \eta) \approx \sum_{i=1}^{k} {}_i w(t_1, x)\,\Delta\eta_i, \tag{6}$$

it is, thus desirable to choose the controls such that they should satisfy

$${}_i w\,(t_1, x) = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots, k) \tag{7}$$

for the main object i being satisfied. From this point of view, the sensitivity synthesis is, then, restated as follows:

For the α - combined system [1], synthesize sensitivity optimal controls $f_s^*(t, x)$ and $h_s^*(t, \xi)$ such that:

(i) satisfy the new terminal constraint for the α - sensitivity function

$${}_i v\,(t_1, x) = 0, \quad x \in \Omega; \tag{8}$$

(ii) minimize the energy consumption $J(f, h)$ given by (4).

The sensitivity synthesis method proposed can solve the problem of terminal control with enough satisfaction of the main object (3). It should be noticed that the restated problem has a solution if the combined system is controllable at time t_1. In the case when we cannot make sure of the controllability of the combined systems (for example, nonlinear systems), we can discuss the sensitivity synthesis by taking another performance index J_V in place of the sensitivity terminal constraint (8),

$$J_V = J\,(f, h) + \int_{\Omega} {}_i v^T\,(t_1, x)\,P(x)\,{}_i v(t, x)\,dx, \tag{9}$$

where $P(x)$ is the $n \times n$ positive matrix function. An optimal weighting function $P^*(x)$ may be sought according to synthesis objects.

3. Sensitivity Synthesis of Optimal Control for the Systems with Small Time Delays. We shall apply the sensitivity synthesis of optimal control to the linear systems with time delays or moving boundaries from an computational point of view. Since the system involving time delays is expressed by a differential-difference equation, the direct computation of

an optimal control from the optimality condition is in practice prohibitive. Therefore, feasible approximate numerical methods are of practical necessity.

Let us consider the following linear time delay system :

$$\frac{\partial u(t,\ x)}{\partial t} = Au(t,\ x) + u(t-\varepsilon,\ x) + f(t,\ x), \quad 0 < t < t_1, \quad x \in \Omega; \tag{10}$$

$$u(t,\ x) = \bar{u}(t,\ x), \quad -\varepsilon \leqslant t < 0, \quad u(0,\ x) = u_0(x), \quad x \in \Omega; \tag{11}$$

$$\alpha\, u(t,\ \xi) + \frac{\partial\, u(t,\ \xi)}{\partial \nu_A} = 0, \quad 0 < t < t_1, \quad \xi \in \Gamma, \tag{12}$$

where ε may be unknown which is in some sense small, and

$$A = \sum_{i,j=1}^{m} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x)\frac{\partial}{\partial x_j}\right) + a_0(x), \qquad \frac{\partial}{\partial \nu_A} = \sum_{i,j=1}^{m} a_{ij}(\xi)\frac{\partial}{\partial x_j}\cos(\nu,\ x_j).$$

For the system expressed by (10), (11) and (12), synthesize such a control $f^*(t,\ x)$ that

(i) satisfies the terminal constraint

$$u(t_1,\ x) = u_d(x); \tag{13}$$

(ii) minimizes the energy consumption

$$J(f) = \gamma \int_0^{t_1}\int_{\Omega} f^2(t,\ x)\, \mathrm{d}t\, \mathrm{d}x, \tag{14}$$

where t_1, $u_d\ (x)$ and γ are respectively a given final time, a given desired final state and a positive constant.

In this case, the optimality conditions is

$$\int_0^{t_1}\int_{\Omega} f^*(t,\ x)\,[f(t,\ x) - f^*(t,\ x)]\, \mathrm{d}t\, \mathrm{d}x = 0, \quad \forall f. \tag{15}$$

Introduce the adjoint state defined by

$$\frac{\partial p\ (t,\ x)}{\partial t} = -\ A^*\, p\ (t,\ x) + p(t+\varepsilon,\ x), \quad 0 < t < t_1, \quad x \in \Omega; \tag{16}$$

$$p\ (t,\ x) = 0, \quad t_1 < t \leqslant t_1 + \varepsilon, \quad x \in \Omega; \tag{17}$$

$$\alpha p\ (t,\ \xi) + \frac{\partial p(t,\ \xi)}{\partial \nu_{A^*}} = 0, \quad 0 < t < t_1, \quad \xi \in \Gamma; \tag{18}$$

then an optimal control is given by

$$f^*\ (t,\ x) = -\ \frac{1}{\gamma}\, p\ (t,\ x). \tag{19}$$

The two point boundary value problem (10) ... (12) and (16) ... (18) is difficult to solve, since (10) is of retarded type with the initial function $u(t, x)$, while (16) is of advanced type with the terminal function (17).

If the delay time ε is small, the model system

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = Au(t, x) + u(t, x) + f(t, x), \quad 0 < t < t_1, \quad x \in \Omega; \tag{20}$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad x \in \Omega; \tag{21}$$

$$\alpha u(t, \xi) + \frac{\partial u(t, \xi)}{\partial \nu_A} = 0, \quad 0 < t < t_1, \quad \xi \in \Gamma, \tag{22}$$

which is obtained by letting $\varepsilon = 0$ in (10) ... (12), is conventionally used instead of the actual system (10) ... (12) to avoid the difficulty of treating the differential - difference equation. Then, such a synthesis that adopts the differential equation model system (20), (21) and (22) as a controlled system is also called the conventional synthesis. Even if, by this conventional synthesis, the computational effort is greatly decreased, the main object i of this synthesis problem cannot be satisfied. Therefore the sensitivity synthesis is applied to the optimal control problem for the systems with small time delays, which is able not only to compensate the violence of the terminal constraint but also to decrease the computational difficulty of the original synthesis problem.

The sensitivity synthesis problem is stated as follows:

For the combined system

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(t, x)}{\partial t} = Au(t, x) + u(t, x) + f(t, x), \\ \dfrac{\partial z(t, x)}{\partial t} = Az(t, x) + z(t, x) - Au(t, x) - u(t, x) - f(t, x), \end{cases} \tag{23}$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad z(0, x) = 0, \tag{24}$$

$$\alpha u(t, \xi) + \frac{\partial u(t, \xi)}{\partial \nu_A} = 0, \quad \alpha z(t, \xi) + \frac{\partial u(t, \xi)}{\partial \nu_A} = 0, \tag{25}$$

synthesize the sensitivity optimal control such that

(i) satisfies the new terminal constraint $z(t_1, x) = 0$, together with $u(t_1, x) = u_d(x)$;

(ii) minimizes the energy consumption $J(f)$ given by (14).

This sensitivity synthesis has an optimal solution if the combined system is controllable at time t_1. In the case of ε being not necessarily small, two-level optimization techniques or game theoretic approaches can be applied.

4. Sensitivity Synthesis for the Systems with Moving Boundaries. In many physical situations such as in the melting of solids or solidification of liquids, the systems spatial domains vary with time.

The mathematical description of these systems generally leads to partial differential equations involving moving boundaries.

Let us consider the following system:

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}, \text{ in } Q=\{(t,x);\ 0<t<t_1,\ 0<x<s(t)\}; \tag{26}$$

$$u(0,x)=u_0(x),\quad 0\leqslant x\leqslant s(0)=s_0; \tag{27}$$

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial x,}=0,\quad a\frac{\partial u(t,s(t))}{\partial x}+\frac{ds(t)}{dt}u(t,s(t))=f(t). \tag{28}$$

For this system, synthesize such a control $f^*(t)$ that minimizes

$$J(f)=\beta\int_0^{s(t_1)}u^2(t_1,x)\,dx+\gamma\int_0^{t_1}f^2(t)\,dt,\quad \beta\gg\gamma, \tag{29}$$

where β and γ are positive constants.

In this case the optimality condition is for each f

$$\beta\int_0^{s(t_1)}u(t_1,x;f^*)\,[u(t_1,x;f)-u(t_1,x;f^*)]\,dx+\gamma\int_0^{t_1}f^*(t)[f(t)-f^*(t)]\,dt=0. \tag{30}$$

Introduce the adjoint state defined by

$$\frac{\partial p(t,x)}{\partial t}=-a\frac{\partial^2 p(t,x)}{\partial x^2},\ \text{in}\ Q; \tag{31}$$

$$p(t_1,x)=-\beta u(t_1,x),\quad 0\leqslant x\leqslant s(t_1); \tag{32}$$

$$\frac{\partial p(t,0)}{\partial x}=0,\quad a\frac{\partial p(t,s(t))}{\partial x}+\frac{ds(t)}{dt}p(t,s(t))=0. \tag{33}$$

Multiply (31) by $u(t,x;f)-u(t,x;f^*)$ and integrate over Q. Then we obtain

$$\int_0^{t_1}[\gamma f^*(t)-p(t,s(t))]\,[f(t)-f^*(t)]\,dt=0, \tag{34}$$

from which an optimal control is given by

$$f^*(t)=-\frac{1}{\gamma}p(t,s(t)). \tag{35}$$

The two point boundary value problem (26) — (28) and (31) — (33) is difficult to solve, since the spatial domain varies with time.

Therefore we consider the sensitivity synthesis of optimal control in the case of $s(t)=1+\varepsilon t$ (ε: small (unknown) parameter). As ε is small, the conventional synthesis is stated as follows:

For the simplified model system:

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = a\,\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2},\ \text{in } Q' = \{(t,x);\ 0<t<t_1,\ 0<x<1\}; \tag{36}$$

$$u(0,x) = u_0(x),\quad 0 \leqslant x \leqslant 1; \tag{37}$$

$$\frac{\partial u(t,0)}{\partial x} = 0,\qquad a\,\frac{\partial u(t,1)}{\partial x} = f(t), \tag{38}$$

synthesize the optimal control such that

(i) satisfies the terminal constraint

$$u(t_1,x) = 0; \tag{39}$$

(ii) minimizes the energy consumption

$$J(f) = \gamma\int_0^{t_1} f^2(t)\,\mathrm{d}t. \tag{40}$$

Even if, by this conventional synthesis, the computational effort is greatly decreased, the control objects are not enough satisfied because of ε being not zero.

The sensitivity synthesis is stated as follows:

For the combined system:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(t,x)}{\partial t} = a\,\dfrac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2},\ \text{in } Q', \\ \dfrac{\partial y(t,x)}{\partial t} = a\,\dfrac{\partial^2 y(t,x)}{\partial x^2},\quad \text{in } Q'; \end{cases} \tag{41}$$

$$u(0,x) = u_0(x),\quad y(0,x) = 0,\quad 0 \leqslant x \leqslant 1; \tag{42}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(t,0)}{\partial x} = 0,\quad a\,\dfrac{\partial u(t,1)}{\partial x} = f(t), \\ \dfrac{\partial y(t,0)}{\partial x} = 0,\quad a\,\dfrac{\partial y(t,1)}{\partial x} + a\,t\,\dfrac{\partial^2 u(t,1)}{\partial x^2} + u(t,1) = 0, \end{cases} \tag{43}$$

synthesize the sensitivity optimal control such that

(i) satisfies the terminal control $u(t_1,x) = 0$;

(ii) minimizes the new performance index

$$J_s(f) = \gamma\int_0^{t_1} f^2(t)\,\mathrm{d}t + k\int_0^1 y^2(t_1,x)\,\mathrm{d}x. \tag{44}$$

In the case of $s(t)$ being not necessarily of the form $1+\varepsilon t$, we can apply two-level optimization techniques or game theoretic approaches.

5. Numerical Results. We shall show that the sensitivity synthesis is superior to the conventional one by giving several numerical examples.

Example 1. (*α-variation*). Consider a simple heating system

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} + f(t,x), \quad 0 < x < 1 ; \quad u(t, 0) = u(t, 1) = 0, \quad u(0, x) = 0.$$

For this system, we consider the energy consumption

$$(*) \qquad J(f) = \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 f^2(t, x)\, dt\, dx.$$

Suppose a is a variable parameter with its nominal value $a_n = 0{,}1$ and then the combined system is controllable at time 1.

Numerical results are shown in Fig. 1 and Table 1, where $u_d(x) = 1 - |2x - 1|$, $t_1 = 1$ and $v(t_1, x) = 0$. Fig. 1 shows the state trajectories at $x = 0{,}5$ of both the actual system ($|\Delta a| \leqslant 0{,}01$) and the model one ($\Delta a = 0$) corresponding to the conventional synthesis and the sensitivity one.

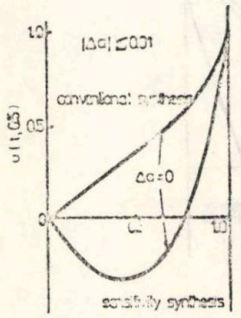


Fig. 1

Table 1

Comparison of terminal error due to α-variation

$u(1, x) = 1.0 - |2x - 1.0|$, $v(1, x) = 0$, $u(0, x) = 0$, $t_1 = 1{,}0$

Parameter value	Synthesis method	Terminal error $\Delta u(T, 0.5)$ $\Delta a = 0.01$	Energy consumption $J(f)$
$a = 0.1$	c. syn.	-0.355×10^{-1}	0.448
	s. syn.	-0.800×10^{-3}	0.117×10

In Table 1, the values of the terminal state error are listed up for the demonstration of how the object $u(t_1, x) = u_d(x)$ is satisfied. In Table 2, where $v(t_1, x)$ is free and $P(x) = p$ in J_v given by (15), the values of the terminal state error are listed up for the various values of p.

Table 2

Comparison of terminal error due to α-variation

$u(1, x) = 1.0 - |2x - 1{,}0|$, $v(1, x)$: *free*, $u(0, x) = 0$, $t_1 = 1{,}0$

Parameter value	Weighting number p	Terminal error $\Delta u(T, 0.5)$ $\Delta a = 0.01$	Energy $\iint f^2(t, x)\, dx\, dt$
$a = 0.1$	0.1	-0.288×10^{-1}	0.483
	0.5	-0.176×10^{-1}	0.685
	1.0	-0.126×10^{-1}	0.823
	5.0	-0.520×10^{-2}	0.105×10
	10.0	-0.362×10^{-2}	0.110×10
	50.0	-0.176×10^{-2}	0.1148×10
	100.0	-0.136×10^{-2}	0.1156×10
	200.0	-0.115×10^{-2}	0.1161×10

Example 2. (γ-variation). Let us consider a time delay system

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} + u(t - \varepsilon, x) + f(t, x), \quad 0 < x < 1, \quad a = 0{,}01;$$

$$u(t,0) = u(t, 1) = 0, \quad u(t, x) = 0 \quad (-\varepsilon \leqslant t \leqslant 0).$$

For this system, we consider the energy consumption (*).

Suppose ε is a small time delay parameter with its nominal value $\varepsilon_n = 0$, and then the combined system is controllable at time 1.

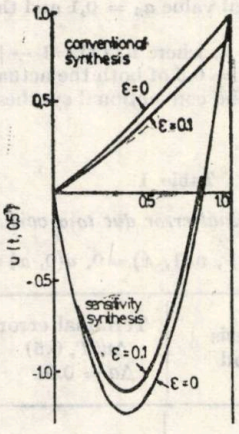


Fig. 2

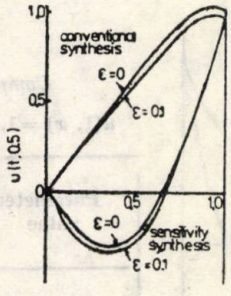


Fig. 3

Numerical results are shown in Fig. 2, where $u_d(x) = \sin \pi x$, $t_1 = 1$ and $z(t_1, x) = 0$. Fig. 2 shows the state trajectories of both the actual system ($\varepsilon = 0.1$) and the model one ($\varepsilon = 0$) corresponding to the conventional synthesis and sensitivity one.

Example 3. (δ-variation). Consider a moving boundary system

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1 + \varepsilon t, \quad u(0, x) = 0,$$

$$\frac{\partial u(t, 0)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u(t, 1 + \varepsilon t)}{\partial x} + \varepsilon u(t, 1 + \varepsilon t) = f(t).$$

Then the model system has the boundary condition

$$\frac{\partial u(t, 0)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u(t, 1)}{\partial x} = f(t)$$

which is obtained by letting $\varepsilon = 0$.

Numerical results are shown in Fig. 3, where $u_d(x) = 1$, $t_1 = 1$. $y(t_1, x) = 0$ and

$$J(f) = \frac{1}{2} \int_0^1 f^2(t)\, dt.$$

The equation

$$\frac{\partial y(t, x)}{\partial t} = \frac{\partial^2 y(t, x)}{\partial x^2}, \quad y(0, x) = 0; \quad \frac{\partial y(t, 0)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial y(t, 1)}{\partial x} + u(t, 1) = 0$$

is used in place of the sensitivity equation. Fig. 3 shows the state trajectories of both the actual system ($\varepsilon = 0.1$) and the model one ($\varepsilon = 0$) corresponding to the conventional synthesis and sensitivity one.

6. Conclusions. The numerical results of above three examples clearly show that the superiority of the sensitivity synthesis to the conventional one in respect that the object $u(t_1, x) = u_d(x)$ of the synthesis problems is satisfied in spite of the parameter variations. The numerical computations are done by using the eigenfunction expansion. In the case of ε being negative, we cannot obtain a desirable result in Example 3, because the value of the first eigenvalue is 0 for the model system and about π for the actual system.

Received October 5, 1978

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanics

REFERENCES

1. Poteraşu V. F., *Sensitivity Synthesis of Optimal Control for Distributed Parameter Systems* (I). Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXIII (XXVII)**, *3—4*, s. IV, 19—23 (1977).
2. Haug E. J. Jr., Komkov V., *Sensitivity Analysis in Distributed Parameter Mechanical System Optimization*, Journ. Opt. Theory Appl., **23**, *3*, 445—464 (1977).
3. Jumarie G., *A Non-Stationary Two-Variable Operational Calculus and its Use in the Synthesis of Distributed Parametrer Systems*. Int. Journ. Systems Sci., **8**, *2*, 201—219 (1977).
4. Kamiya M., Kamura K., *Optimal Synthesis Problem which Optimized the Constraint of the Control Variable*. Trans. of the Soc. of Inst. and Control Engrs. (Japan), **13**, *3*, 209—214 (1977).
5. Rootenberg J., Courtin P., *System Sensitivity for Optimal Problems with Singular Control*. Int. J. Control, **20**, *5*, 787—800 (1974).
6. Kwak B. M., Haug. E. J. Jr., *Optimum Design in the Presence of Parametric Uncertainty*. Journ. Opt. Theory Appl., **19**, *4*, 527—546 (1976).
7. Kwak B. M., Haug E. J. Jr., *Parametric Optimal Design*. Journ. Opt. Theory Appl., **20**, *1*, 13—34 (1976).

SINTEZA SENZITIVITĂŢII CONTROLULUI OPTIMAL PENTRU SISTEME CU PARAMETRI DISTRIBUIŢI

III. Sinteza senzitivităţii controlului optimal cu aplicaţii în mecanică

(Rezumat)

Se consideră sinteza senzitivităţii controlului optimal pentru probleme avînd control terminal (problema consumului minim de energie cu restricţii terminale) pentru sisteme cu argument întîrziat şi cu frontiera mobilă care apar în procesele de topire a metalelor şi de difuzie termică. Rezultatele numerice obţinute arată superioritatea sintezei senzitivităţii asupra sintezei convenţionale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

УДК 621—272

ОПТИМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ В ПРОЕКТИРОВАНИИ ГЕЛИКОИДАЛЬНЫХ РЕССОР

И. ГОИЯ и М. ТОФАН

1. Установление размеров геликоидальных цилиндрических рессор в случае указания нагрузки, стрелы, допускаемого напряжения и материала ведет к бесчисленному количеству решений благодаря тому факту, что при проектировании рессоры должны быть установлены измерения.

В этих условиях, расчет рессоры производится испытаниями до получения предписанных значений. Способ вычисления вводит погрешности и не осуществляет для рессоры оптимального решения из точки зрения экономии материала.

Если иметь в виду и кривизну спирали как и нагрузку на сдвиг посредством так называемого фактора Уола, как и инертные (пассивные) спирали, расположенные в концах рессоры, тогда отношения, которыми располагает при проектировании рессоры являются следующими :

Напряжение при кручении рессоры

$$\tau = \frac{8k\,Pi}{\pi d^2} \leqslant \tau_0. \tag{1}$$

Стрела рессоры

$$f = \frac{8Pi^3 n}{Gd^4}, \tag{2}$$

или жесткость рессоры

$$C = \frac{P}{f} = \frac{G\,d}{8i^3 n}. \tag{3}$$

Механическое усилие при деформации

$$L = \frac{Pf}{2}. \tag{4}$$

Вес рессоры

$$w = \gamma V = \gamma(n + n_0)\,\pi D \frac{\pi d^3}{4} = \gamma(n + n_0)\,\frac{\pi^2}{4}\,id^3, \tag{5}$$

где $i=D/d$ — показатель рессоры; D — средний диаметр; d — диаметр проволоки рессоры (см); f — стрела рессоры (см); G — модуль продольной эластичности [da$N$/cm^2]; l — длина рессоры (см); n — число активных спиралей; P — максимальная мощность (da$N$); n_0 — число пассивных спиралей (в концах); γ — удельный вес материала проволоки рессоры (da$N$/dm^3); τ_a — максимальное допускаемое тангенциальное напряжение (da$N$/cm^2); w — вес рессоры (da$N$); k = коэффициент формы.

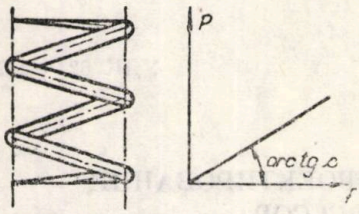


Рис. 1

Коэффициент формы κ принимает во внимание тот факт, что рессора является кривым брусом, располагающим большими значениями тангенциального напряжения на стороне более приближенной к оси рессоры. В зависимости от показателя рессоры i, разные исследователи вычитали приблизительные отношения для коэффициента формы следующим образом :

a) Göhner $k=1+\frac{5}{4i}+\frac{7}{8i^2}+\frac{1}{i^3}$;

b) Gross $k=\frac{i+0{,}2}{i-1}$;

c) Wahl $k=\frac{4i-1}{4i-4}+\frac{0{,}615}{i}$;

d) Berströsser $k=\frac{i+0{,}5}{i-0{,}75}$;

e) STAS 7067—67 $k=1+\frac{1{,}6}{i}$.

Рессора с показателем 1 не будет значительно затронута коэффициентом формы (фактор Уола).

Пытались осуществить минимальный вес рессоры без учета коэффициента формы (коэффициент Уола), который принимает во внимание кривизну рессоры и число конечных пассивных спиралей, но это оказалось невозможным.

2. Для $n_0=0$ и $k=1$ сейчас же проверяется существование инварианта. Отношения условия в этом частном случае являются

$$\tau=\frac{8Pi}{\pi d^2},\qquad C=\frac{8i^3 n}{Gd},\qquad c=\frac{f}{P}. \tag{6}$$

В этих условиях вычисляют минимальный вес

$$w=\frac{\pi^2\gamma}{4}ni\,d^3. \tag{7}$$

Образуется функция Лагранжа формы

$$F = w\, e^{\lambda}\, \tau^{\mu}, \tag{8}$$

или

$$\varphi = \ln F, \quad \varphi\,(i, d, n) = \varphi\,(\bar{r}).$$

Условия предельные являются $\operatorname{grad}\varphi = d\varphi/d\bar{r} = 0$, предлагает нам для $\{\lambda, \mu\} = \{-1, 2\}$ инвариант

$$\frac{\tau^2 w}{C} = \frac{64P^2}{\pi^2}\,\frac{i^2}{d^4}\,\frac{Gd}{8i^3 n}\,\frac{\pi^2\gamma}{4}\,ncd^3 \tag{9}$$

или

$$\frac{\tau^2 w}{C} = 2P^2 G\gamma. \tag{10}$$

Таким образом, в случае $n_0=0$, $k=1$, из точки зрения веса рессоры все решения являются эквивалентными.

Болле глубокое значение этого инварианта вовлечено на энергетическом уровне. В этом случае все решения являются изогравиметрическими

$$w_0 = \frac{2GPf}{2} = \text{ct}. \tag{11}$$

3. Общий случай $k(i)$, $n_0 \neq 0$ функция веса может быть написана в форме

$$F = \frac{4w}{\pi^2\gamma} = \frac{4V}{\pi^2} = (n + n_0)\, id^3. \tag{12}$$

Функции условия, возможные из технической точки зрения являются

$$\varphi = \frac{\tau\pi}{8P} = \frac{ki}{d^2} = \text{ct}, \quad \psi = \frac{Gf}{8P} = \frac{i^3 n}{d} = \text{ct}. \tag{13}$$

и

$$\Phi_w = \ln F + \lambda \ln\varphi + \mu \ln\psi = \Phi_w(\bar{r}); \tag{14}$$

наконец

$$\left\{\frac{d\Phi_w}{d\bar{r}}\right\} = \begin{cases} \dfrac{1}{i}\left[1 + \lambda\left(1 + \dfrac{i}{k}\dfrac{\partial k}{\partial i}\right) + 3\mu\right], \\ \dfrac{1}{n + n_0} + \dfrac{\mu}{n}, \\ \dfrac{3 - 2\lambda - \mu}{d}, \end{cases}$$

откуда

$$\{\lambda, \mu\} = \frac{1}{n+n_0}\left\{\frac{4n+3n_0}{2} - n\right\}. \tag{15}$$

Подставляя, получаем оптимальное решение системы

$$\left(\frac{n_0}{n}\right)_w = -4\,\frac{\frac{i}{k}\frac{\partial k}{\partial i}}{5+3\,\frac{i}{k}\frac{\partial k}{\partial i}}, \qquad \varphi = \frac{ki}{d^2}, \qquad \psi = \frac{i^2 n}{d}. \tag{16}$$

Первое уравнение представляет решения с тем же весом, а последние два представляют собой технические условия, которым должна удовлетворять рессора. Обозначаем

$$B^2 = \frac{\psi^2}{\varphi} = \frac{\frac{Gf}{8P}}{\frac{\tau\pi}{8P}} = \frac{L^5}{k}n^2. \tag{17}$$

В случае $n_0 \neq 0$

$$B_0^2 = \left(\frac{B}{n_0}\right)^2 = \frac{i^5}{k}\left(\frac{n}{n_0}\right)_T \quad \text{и} \quad \left(\frac{n}{n_0}\right)_T = B_0\, i^{5/2} k^{1/2} = f(i), \tag{18}$$

или в заключении

$$(B_0)_{\text{опт}} = -\frac{1}{4}\, i^{5/2} k^{1/2}\, \frac{5k + 3i\frac{\partial k}{\partial i}}{i\frac{\partial k}{\partial i}}. \tag{19}$$

Величниа B_0 может считаться техническом критерием рессоры.

4. Для того, чтобы выявить получение минимальных значений веса рессоры, считаем функцию веса

$$F_w = \frac{\frac{\tau\pi}{8P}\left(\frac{4}{\pi\rho}\right)(w_u + w_0)}{\frac{Gf}{8P}} = k^3\left(1 + \frac{n_0}{n}\right) = F_w(i, n), \tag{20}$$

которое для условий STAS

$$F_w = \frac{1{,}6 + i}{i} + \frac{i^{5/2}\left(\frac{1{,}6+i}{i}\right)^{3/2}}{B_0}. \tag{21}$$

Были предетавлены суммированием в рис.2 величина k^2 и величина F_w. Заметно, что для каждого значения B_0 функция F_w обладает минимумом. В рис. 2 представлена точками кривая, представляющая геометрическое

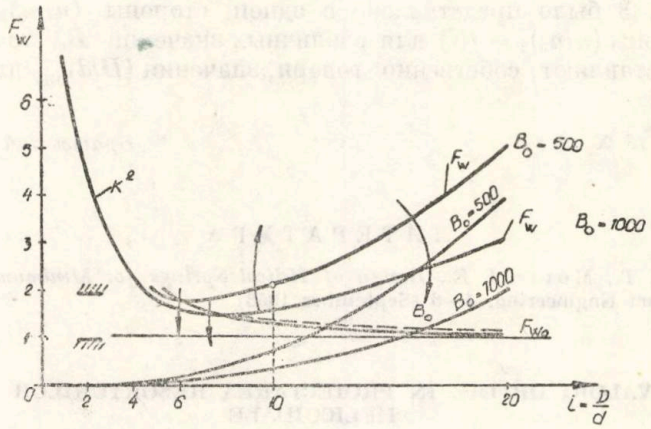


Рис. 2

место этих минимумов. Заметно, что эта кривая асинтотически стремится к значению 1.

Для того, чтобы определить значение усилия функции F_w, аннулируется производная (условие $\partial F_w / \partial i = 0$).

Значение из точки зрения веса для показателя рессоры

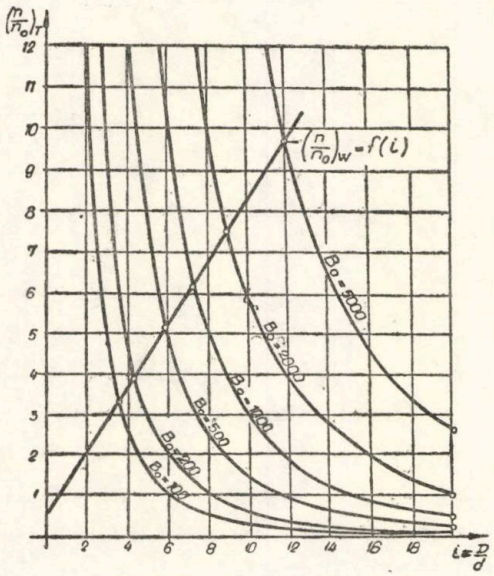


Рис. 3

(22) $$i_{опт} = \left(\frac{D}{d}\right)_{опт}$$

позволяет определение отношений диаметров.

В рис. 3 было представлено с одной стороны $(n/n_0)_w = f(i)$, а с другой стороны $(n/n_0)_T = f(i)$ для различных значений B_0, точки пересечения представляют, собственно говоря, значения $(D/d)_{опт}$ для B_0 заданного.

Поступила в 13 X 1978

Брашовский университет

ЛИТЕРАТУРА

1. Hinkle R. T., Morse I. E., *Design of Helical Springs for Minimum Values.* Product Engineering, 4—6 (September 1958).

VALORI OPTIME ÎN PROIECTAREA RESORTURILOR HELICOIDALE

(Rezumat)

Se studiază aspecte legate de proiectarea optimă a resorturilor helicoidale. Se introduce un criteriu tehnic de apreciere a optimului şi se stabilesc expresii pentru o serie de mărimi caracteristice optimizate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.822.7

CERCETĂRI TEORETICE PRIVIND RULMENȚII AXIALI CU MIȘCARE OSCILANTĂ

DE

LIVIU T. HOSTIUC

1. Introducere. În cazul rulmenților axiali solicitarea tuturor corpurilor de rulare este aceeași, sarcina pe un corp de rulare Q fiind egală cu sarcina de încărcare axială F împărțită la numărul Z al corpurilor de rulare, și drept urmare, în cazul funcționării rulmentului cu mișcare de oscilație într-un plan perpendicular pe axa rulmentului (fig. 1) pot apare numai două situații distincte:

a) dacă accelerația unghiulară a mișcării de oscilație este de valoare mică și sarcina de încărcare axială pe rulment este mare, toate corpurile de rulare se rostogolesc fără alunecare pe cele două inele;

b) dacă accelerația unghiulară este mare și sarcina de încărcare are o valoare mică (de exemplu la mersul în gol), toate corpurile de rulare se rostogolesc cu alunecare pe cele două inele.

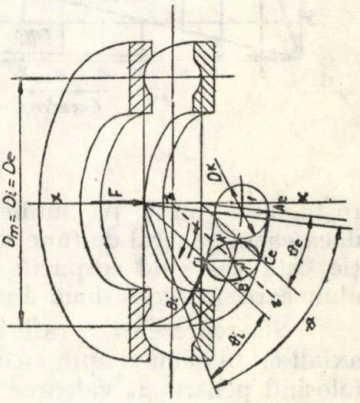


Fig. 1

În prezenta lucrare se pune problema determinării mărimii acestei accelerații, notată ε_{cax}, pentru care toate corpurile de rulare încep să se rostogolească cu alunecare pe căile de rulare și a influenței ei asupra durabilității rulmentului axial cu mișcare de oscilație.

2. Funcționarea rulmenților axiali cu mișcare de oscilație în legătură cu cinematica contactului de rostogolire. Într-o lucrare anterioară [1] s-a demonstrat analitic relația accelerației unghiulare ε_{cax} — pentru care dispare rostogolirea între corpurile de rulare:

$$(1)\qquad \begin{cases} \varepsilon_{cax} = Q\,\mu_0\,\gamma_3, & \text{cu} \\ \gamma_3 = \dfrac{D_k}{I_{zz} + I_{xx}\,\gamma_0^2}, & \gamma_0 = \dfrac{D_k}{D_m} \end{cases}$$

și I_{xx}, I_{zz} — momentul de inerție masic al corpului de rulare față de axa $x-x$ a sarcinii de încărcare F, respectiv față de axa $z-z$, axă ce trece prin centrul corpului de rulare și este perpendiculară pe $x-x$, μ_0 — coeficient

de frecare la alunecare între corpul de rulare și cele două inele, D_k — diametrul corpului de rulare și D_m — diametrul mediu al rulmentului.

În relația (1) ε_{cax} reprezintă o accelerație unghiulară particulară a mișcării de oscilație a unui corp de rulare față de centrul instantaneu de rotație, notat C, adică față de punctul de contact cu inelul mobil, pentru care dispare rostogolirea.

Relația între ε_{cax} și accelerația mișcării de oscilație a inelului mobil pentru care dispare rostogolirea pură a corpurilor de rulare, notată ε_r, și demonstrată în [1], este

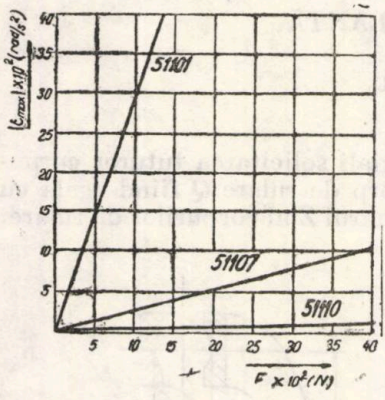


Fig. 2

$$\varepsilon_{cax} = \frac{\varepsilon_r}{2\gamma_0}. \tag{2}$$

Din relațiile (1) și (2) se poate scrie

$$\varepsilon_r = 2Q\mu_0\gamma_0\gamma_3. \tag{3}$$

Pentru cazul cînd

$$|\varepsilon_{max}| \geqslant \varepsilon_r, \tag{4}$$

toate corpurile de rulare se rostogolesc cu alunecare întîi pe inelul mobil, iar dacă $|\varepsilon_{max}|$ are valoare și mai mare, pe ambele inele.

Cînd condiția (4) nu este adevărată, toate corpurile de rulare au mișcare de rostogolire pură pe ambele inele ale rulmentului. Se pune problema dacă cazul general de funcționare al rulmenților axiali cu mișcare de oscilație este cel cînd corpurile de rulare se rostogolesc fără alunecare sau cu alunecare pe cele două inele.

S-a reprezentat grafic în fig. 2 condiția (4) pentru cazul rulmenților axiali cu bile, cu simplu efect, tip 51 101, 51 107 și 51 110, STAS 6 603—66 folosind pentru μ_0 valoarea 0,006, din [5]. Se observă că această condiție este îndeplinită pentru valori uzuale ale accelerației unghiulare a mișcării de oscilație a inelului mobil, $|\varepsilon_{max}| < 2\,000$ rad. s^{-2} și a sarcinii de încărcare $F < 10000$ N, de majoritatea rulmenților axiali. Numai la rulmenții axiali de dimensiuni mici, în fig. 2 rulmentul 51 101, mișcarea de oscilație a inelului mobil aduce corpurile de rulare în afara condiției (4), adică acestea se rostogolesc fără alunecare pe cele două inele. În fig. 2, domeniul cuprins între abscisă și fiecare dreaptă determină pentru rulmentul respectiv o pereche de valori $|\varepsilon_{max}|$ și F pentru care condiția (4) este indeplinită, adică corpurile de rulare se rostogolesc cu alunecare pe inele.

Marea majoritate a rulmenților axiali ce funcționează în practică cu mișcare de oscilație sînt rulmenți de dimensiuni mijlocii; pentru aceștia, la valori uzuale ale accelerației mișcării de oscilație și a sarcinii de încărcare, rostogolirea corpurilor de rulare pe inele este o rostogolire cu alunecare.

3. Capacitatea portantă și durabilitatea rulmenților axiali de dimensiuni mici, cu mișcare oscilantă. Calculul durabilității rulmenților axiali cu mișcare oscilantă se pune în legătură cu condiția (4) și anume: pentru

rulmenții axiali de dimensiuni mici care oscilează în afara condiției (4), cu rostogolire pură între corpurile de rulare și inele, se poate avansa ipoteza că deteriorarea rulmentului se va face prin pitting — fenomen de deteriorare specific contactului cu rostogolire. În acest caz particular, pe baza ipotezei avansată anterior, este aplicabilă teoria Lundberg-Palmgren [2], [4], ce stă la baza relației sarcină–durabilitate, demonstrată în [1]:

$$L_{os.10} = \left(\frac{C_{os}}{P}\right)^p, \quad \text{cu}$$

$$\frac{1}{C_{os}^w} = \frac{1}{C_{osi}^w} + \frac{1}{C_{ose}^w} + Z\frac{1}{C_{osk}^w} \tag{5}$$

și $L_{os.10}$ — durabilitatea, exprimată în milioane de oscilații, C_{os} — capacitatea dinamică de bază a rulmentului axial cu mișcare de oscilație, P — sarcina dinamică echivalentă [6], și $p = w/e$ — exponenții din relația probabilității de deterioare a rulmentului [2].

Expresiile de calcul pentru capacitățile dinamice individuale ale elementelor rulmentului $C_{os.j}$, cu $j = i$ — pentru inelul interior, $j = e$ — pentru inelul exterior și $j = k$ — pentru corpul de rulare, care completează relația (5), sînt deduse fără acceptarea unei epure convenționale de calcul, ca la rulmenții radiali [3], unde acest lucru a fost absolut necesar, ci în cazul real de solicitare a elementelor rulmentului, adică pentru

$$Q_{m.j} = Q = \frac{F}{Z}\sin\alpha, \tag{6}$$

cu α — unghi de contact între corpul de rulare și inele.

Astfel, folosind relația (6) se poate scrie, pentru sarcina exterioară axială:

$$F = Q_{m.j} Z \sin\alpha. \tag{7}$$

Cînd încărcarea exterioară a rulmentului axial este egală cu una din cele trei capacități dinamice individuale $C_{os.j}$ relația (7) devine

$$C_{os.j} = Q_{m.c.j} Z \sin\alpha. \tag{8}$$

Pentru sarcina $Q_{m.c.j}$ ce solicită în contact de rostogolire elementele rulmentului axial sînt valabile aceleași relații ca și în cazul rulmenților radiali cu mișcare de oscilație [6] și anume:

(9)
a) pentru rulmenți cu contact inițial punctual

$$Q_{m.c.j} = A_1 \Phi_j D_k^{1,8};$$

b) pentru rulmenți cu contact inițial liniar

$$Q_{m.c.j} = B_1 \Psi_j D_k^{1,07} l_r^{\frac{c-h-1}{c-h+1}}, \quad \text{cu}$$

$$\Phi_j = \left[\left(\frac{T}{T_1}\right)^c \left(\frac{\xi_1}{\xi}\right)^{h-1} \frac{(D_k \sum \rho_j)^{\frac{2c+h-2}{3}}}{\mu^{c-1}\nu^{c+h-1}} l_{s.j} D_k^{-1} u_{os.j}^e\right]^{-\frac{3}{c-h+2}},$$

$$\Psi_j = \left[(D_k \sum \rho_j)^{\frac{c+h-1}{2}} l_{s.j} D_k^{-1} u_{os.j}^e\right]^{-\frac{2}{c-h+1}},$$

Tabelul 1

Tabel de calcul al capacității dinamice de bază individuale $C_{os.\,i}$ pentru rulmenți axiali, cu exponenții sub formă algebrică

Simbol	Rulmenți cu bile și rulmenți cu role butoi		Rulmenți cu role cilindrice și cu role conice	
	$\theta \leqslant \theta_{cr_i}$	$\theta > \theta_{cr_i}$	$\theta \leqslant \theta_{cr_i}$	$\theta > \theta_{cr_i}$
$C_{os.\,i}$	$K_{i\cdot 1}\left(\frac{\theta}{\lambda_i}\right)^{-\frac{3}{c-h+2}}$	$K_{i\cdot 2}\left(\frac{\theta}{\lambda_i}\right)^{-\frac{3e}{c-h+2}}$	$K_{i\cdot 1}\left(\frac{\theta}{\lambda_i}\right)^{-\frac{2}{c-h+1}}$	$K_{i\cdot 2}\left(\frac{\theta}{\lambda_i}\right)^{-\frac{2e}{c-h+1}}$
$K_{i\cdot 1}$	$g_1^{(i)}\, g_2^{(i)}\, g_3^{(i)}\, D_h^{1,8}\, Z^{\frac{c-h-1}{c-h+2}} \sin\alpha$	—	$g_1^{(i)} g_2^{(i)} g_3^{(i)} D_k^{1,07} (l_r Z)^{\frac{c-h-1}{c-h+1}} \sin\alpha$	—
$K_{i\cdot 2}$	—	$g_1^{(i)}\, g_2^{(i)}\, g_3^{(i)}\, D_k^{1,8}\, Z \sin\alpha$	—	$g_1^{(i)} g_2^{(i)} g_3^{(i)} D_k^{1,07} Z\, l_r^{\frac{c-h-1}{c-h+1}} \sin\alpha$
$g_1^{(i)}$	$A_1 f_0\, 2^{-\frac{4c+2h+3e-7}{c-h+2}}$	$A_1 f_0\, 2^{-\frac{4c+2h-4}{c-h+2}} \pi^{-\frac{3}{c-h+2}}$	$B_1\, 2^{-\frac{c+h+2e-3}{c-h+1}}$	$B_1\, 2^{-\frac{c+h-1}{c-h+1}} \pi^{-\frac{2}{c-h+1}}$
$g_2^{(i)}$	$\gamma_0^{\frac{3}{c-h+2}} (1-\gamma)^{\frac{2c+h-\varepsilon_e-5}{c-h+2}}$		$\gamma_0^{\frac{2}{c-h+1}} (1-\gamma)^{\frac{c+h-3}{c-h+1}}$	
$g_3^{(i)}$	$\left[\frac{2 r_i}{2 r_i - D_k}\right]^{\frac{\varepsilon_e}{c-h+2}}$ pentru rulmenți cu bile; $\left[\frac{2 R r_i}{D_k (r_i - R)}\right]^{\frac{\varepsilon_e}{c-h+2}}$ pentru rulmenți cu role butoi		1	
λ_i	$\frac{2}{1+\gamma}$	$\frac{2}{Z(1+\gamma)}$	$\frac{2}{1+\gamma}$	$\frac{2\pi}{Z(1+\gamma)}$

Tabelul 2

Tabel de calcul al capacității dinamice de bază individuale $C_{os\cdot i}$ pentru rulmenți axiali, cu exponenții sub formă numerică

Simbol	Rulmenți cu bile și rulmenți cu role butoi		Rulmenți cu role cilindrice și cu role conice	
	$\theta \leqslant \theta_{cr_i}$	$\theta > \theta_{cr_i}$	$\theta \leqslant \theta_{cr_i}$	$\theta > \theta_{cr_i}$
$C_{os\cdot i}$	$K_{i\cdot 1}\left(\frac{\theta}{\lambda_{i\cdot 1}}\right)^{-0,20}$	$K_{i\cdot 2}\left(\frac{\theta}{\lambda_{i\cdot 2}}\right)^{-0,38}$	$K_{i\cdot 1}\left(\frac{\theta}{\lambda_{i\cdot 1}}\right)^{-0,20}$	$K_{i\cdot 2}\left(\frac{\theta}{\lambda_{i\cdot 2}}\right)^{-0,31}$
$K_{i\cdot 1}$	$g_1^{(i)}\, g_2^{(i)}\, g_3^{(i)}\, D_k^{1,8}\, Z^{0,80} \sin\alpha$	—	$g_1^{(i)}\, g_2^{(i)}\, g_3^{(i)} D_k^{1,07}(l_r Z)^{0,80} \sin\alpha$	—
$K_{i\cdot 2}$	—	$g_1^{(i)}\, g_2^{(i)}\, g_3^{(i)}\, D_k^{1,8} Z \sin\alpha$	—	$g_1^{(i)}\, g_2^{(i)}\, g_3^{(i)}\, D_k^{1,07}\, Z\, l_r^{0,80} \sin\alpha$
$g_1^{(i)}$	846.10^4	762.10^4	$27\,078\eta\, 10^4$, cu η din tabelul 5	$20\,563\eta\, 10^4$, cu η din tabelul 5
$g_2^{(i)}$	$\gamma_0^{0,20}(1-\gamma)^{1,25}$		$\gamma_0^{0,20}(1-\gamma)^{1,07}$	
$g_3^{(i)}$	$\left(\frac{2r_i}{2r_i - D_k}\right)^{0,55}$ pentru rulmenți cu bile ;	$\left[\frac{2Rr_i}{D_k(r_i - R)}\right]^{0,55}$ pentru rulmenți cu role butoi	1	
λ_i	$\frac{2}{1+\gamma} = \lambda_{i\cdot 1}$	$\frac{2\pi}{Z(1+\gamma)} = \lambda_{i\cdot 2}$	$\frac{2}{1+\gamma} = \lambda_{i\cdot 1}$	$\frac{2\pi}{Z(1+\gamma)} = \lambda_{i\cdot 2}$

Tabelul 3

Tabel de calcul al capacității dinamice de bază individuale $C_{os\text{-}e}$ pentru rulmenți axiali, cu exponenții sub formă numerică

Simbol	Rulmenți cu bile și rulmenți cu role butoi		Rulmenți cu role cilindrice și cu role conice	
	$\theta \leqslant \theta_{cre}$	$\theta > \theta_{cre}$	$\theta \leqslant \theta_{cre}$	$\theta > \theta_{cre}$
$C_{os.e}$	$K_{e\cdot1}\left(\frac{\theta}{\lambda_{e\cdot1}}\right)^{-0,20}$	$K_{e\cdot2}\left(\frac{\theta}{\lambda_{e\cdot2}}\right)^{-0,38}$	$K_{e\cdot1}\left(\frac{\theta}{\lambda_{e\cdot1}}\right)^{-0,29}$	$K_{e\cdot2}\left(\frac{\theta}{\lambda_{e\cdot2}}\right)^{-0,31}$
$K_{e\cdot1}$	$g_1^{(e)}\, g_2^{(e)}\, g_3^{(e)}\, D_k^{1,8}\, Z^{0,80} \sin\alpha$	—	$g_1^{(e)}\, g_2^{(e)}\, g_3^{(e)}\, D_k^{1,07} (l_r\, Z)^{0,80} \sin\alpha$	—
$K_{e\cdot2}$		$g_1^{(e)}\, g_2^{(e)}\, g_3^{(e)}\, D_k^{1,8}\, Z \sin\alpha$	—	$g_1^{(e)}\, g_2^{(e)}\, g_3^{(e)}\, D_k^{1,07}\, Z\, l_r^{0,80} \sin\alpha$
$g_1^{(e)}$	846.10^4	762.10^4	$27\,078\ \eta\ 10^4$, cu η din tabelul 5	$20\,563\ \eta\ 10^4$, cu η din tabelul 5
$g_2^{(e)}$	$\gamma_0^{0,20}(1+\gamma)^{1,25}$		$\gamma_0^{0,20}(1+\gamma)^{1,07}$	
$g_3^{(e)}$	$\left(\frac{2\,r_e}{2\,r_e - D_k}\right)^{0,55}$ pentru rulmenți cu bile; $\left[\frac{2\,R\,r_e}{D_k(r_e - R)}\right]^{0,55}$ pentru rulmenți cu role butoi		1	
λ_e	$\frac{2}{1-\gamma} = \lambda_{e\cdot1}$	$\frac{2\pi}{Z(1-\gamma)} = \lambda_{e\cdot2}$	$\frac{2}{1-\gamma} = \lambda_{e\cdot1}$	$\frac{2\pi}{Z(1-\gamma)} = \lambda_{e\cdot2}$

Tabelul 4

Tabel de calcul al capacității dinamice de bază individuale $C_{os\cdot k}$ pentru rulmenți axiali, cu exponenții sub formă numerică

Simbol	Rulmenți cu bile și rulmenți cu role butoi		Rulmenți cu role cilindrice și cu role conice	
	$\theta \leqslant \theta_{cr\,k}$	$\theta > \theta_{cr\,k}$	$\theta \leqslant \theta_{cr\,k}$	$\theta > \theta_{cr\,k}$
$C_{os\cdot k}$	$K_{k\cdot 1}\left(\frac{\theta}{\gamma_{k\cdot 1}}\right)^{-0,20}$	$K_{k\cdot 2}\left(\frac{\theta}{\lambda_{k\cdot 2}}\right)^{-0,38}$	$K_{k\cdot 1}\left(\frac{\theta}{\lambda_{k\cdot 1}}\right)^{-0,20}$	$K_{k\cdot 2}\left(\frac{\theta}{\lambda_{k\cdot 2}}\right)^{-0,31}$
$K_{k\cdot 1}$	$g_1^{(k)}\, g_2^{(k)}\, g_3^{(k)}\, g_4^{(k)}\, D_k^{1,8}\, Z \sin\alpha$	—	$g_1^{(k)}\, g_2^{(k)}\, g_3^{(k)}\, g_4^{(k)}\, D_k^{1,07}\, Zl_r^{0,80} \sin\alpha$	—
$K_{k\cdot 2}$	—	$g_1^{(k)}\, g_2^{(k)}\, g_3^{(k)}\, D_k^{1,8}\, Z \sin\alpha$	—	$g_1^{(k)}\, g_2^{(k)}\, g_3^{(k)}\, D_k^{1,07}\, Z\, l_r^{0,80} \sin\alpha$
$g_1^{(k)}$	846.10^4	762.10^4	$27\,563\eta\,10^4$, cu η din tabelul 5	$20\,563\eta\,10^4$, cu η din tabelul 5
$g_2^{(k)}$	$(1-\gamma)^{1,45}$		$(1-\gamma)^{1,27}$	
$g_3^{(k)}$	$\left[\frac{2\,r_i}{2\,r_i - D_k}\right]^{0,55}$ pentru rulmenți cu bile ;	$\left[\frac{2\,R\,r_i}{D_k(r_i - R)}\right]^{0,55}$ pentru rulmenți cu role butoi	1	
$g_4^{(k)}$	$[1 + (g_5\, g_e)^5]^{-0,20}$	—	$(1 + g_5^5)^{-0,20}$	—
$g_5^{(k)}$	$\left(\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\right)^{1,45}$	—	$\left(\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\right)^{1,27}$	—
$g_6^{(k)}$	$\left[\frac{r_i\,(2\,r_e - D_k}{r_e(2r_i - D_k)}\right]^{0,55}$ pentru rulmenți cu bile;	$\left[\frac{r_i(r_e - R)}{r_e(r_i - R)}\right]^{0,55}$ pentru rulmenți cu role butoi	—	—
λ_k	$\frac{2\,\gamma_0}{1-\gamma^2} = \lambda_{k\cdot 1}$	$\frac{\pi\,\gamma_0}{1-\gamma^2} = \lambda_{k\cdot 2}$	$\frac{2\,\gamma_0}{1-\gamma^2} = \lambda_{k\cdot 1}$	$\frac{\pi\gamma_0}{1-\gamma^2} = \lambda_{k\cdot 2}$

A_1, B_1, l_r, μ, ν, l_s, u_{os}, $\Sigma\rho$, ξ, T, c, h, e — cu semnificațiile și relațiile din [2] și [6].

Din relațiile (8) și (9) rezultă:

$$(10)\quad \begin{cases} \text{a) pentru contact inițial punctual} \\ \qquad C_{os.j} = A_1 \Phi_j D_k^{1,8} Z \sin\alpha; \\ \text{b) pentru contact inițial liniar} \\ \qquad C_{os.j} = B_1 \Psi_j D_k^{1,07} l^{\frac{c-h-1}{c-h+1}} Z \sin\alpha. \end{cases}$$

Din (5) și (10) și urmînd algoritmul din cazul rulmenților radiali cu mișcare de oscilație [6], se obțin relații de calcul pentru capacitatea dinamică de bază C_{os} a rulmentului axial cu mișcare de oscilație în cazurile $\theta \leqslant \theta_{cr.j}$ și $\theta > \theta_{cr.j}$ cu $\theta_{cr.j}$ — unghiul de oscilație critic, dat de relațiile din [1]:

$$(11)\quad \begin{cases} \theta_{cr.i} = \theta_{cr.e} = \dfrac{4\pi}{Z}, \\ \theta_{cr.k} = 2\pi\gamma_0. \end{cases}$$

Pentru a facilita calculul într-un caz concret, relațiile (10) se pot pune sub forma tabelară; pentru exemplificare, în tabelul 1 este prezentată relația de calcul a capacității dinamice individuale a inelului interior $C_{os.i}$ — cu exponenții sub formă algebrică.

Procedînd în mod analog ca la rulmenții cu mișcare de rotație [2], [4], se propune utilizarea, pentru rulmenții axiali, a exponenților și constantelor de material, determinate pentru rulmenții radiali cu mișcare de oscilație [6] și anume:

a) pentru rulmenți axiali cu contact inițial punctual

$p = 2{,}60$; $e = 1{,}92$; $w = 5$; $c = 15$; $h = 2$; $A_1 = 12\,170.10^4$;

b) pentru rulmenți axiali cu contact inițial liniar

$p = 3{,}22$; $e = 1{,}55$; $w = 5$; $c = 11{,}35$; $h = 2{,}35$; $B_1 = 30\,765.10^4$.

Tabelele 2, 3 și 4 prezintă relațiile de calcul pentru capacitățile dinamice individuale $C_{os.j}$ cu exponenții sub formă numerică.

Aceste tabele sînt completate cu valorile factorului de reducere η pentru rulmenții cu contact inițial liniar, date în tabelul 5, coeficient ce exprimă influența concentratorului de tensiuni de la capătul rolei asupra durabilității rulmentului în ansamblu [4].

Tabelul 5

Valorile factorului de reducere η

Tipul contactului	Inel interior oscilant	Inel exterior oscilant
Linie de contact	0,41—0,56	0,38—0,6
Linie de contact modificată	0,6 —0,8	0,6 —0,8

4. Concluzii. În lucrare s-au tratat probleme legate de funcționarea rulmenților axiali cu mișcare de oscilație, abordîndu-se însă numai aspectele teoretice; astfel, se recomandă folosirea relațiilor (5) și (10) — puse sub formă de tabele (tabelele 2 ... 5) pentru calculul durabilității și capacității dinamice de bază ale rulmenților axiali cu mișcare oscilantă, ce funcționează cu rostogolire pură între corpurile de rulare și inele, adică în afara condiției (4); în practică, oscilația rulmenților axiali în afara condiției (4) este un caz particular, din care cauză metoda de calcul a durabilității preconizată în această lucrare are un caracter limitat, numai pentru rulmenți axiali de dimensiuni mici.

Primită la 26 decembrie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de organe de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Popinceanu N. G., Hostiuc L. T., *Particularités des comportements des roulements à mouvement oscillant.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVII** (**XXI**), *1—2*, s. IV (1971).
2. Lundberg G., Palmgren A., *Dynamic Capacity of Rolling Bearings.* Acta Polytechnica Stockholm, Mech. Eng. Series, **1** (**3**), *7* (1947).
3. Hostiuc L. T., *Precizări noi asupra relației sarcină-durabilitate la rulmenții cu mișcare oscilantă.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIX** (**XXIII**), *3—4*, s. IV (1973).
4. Lundberg G., Palmgren A., *Dynamic Capacity of Roller Bearings.* Acta Polytechnica Stockholm, Mech. Eng. Series, **2** (**4**), *96* (1952).
5. Hostiuc L. T., *Valori experimentale pentru coeficientul de frecare la alunecare din rulmenții radiali cu mișcare oscilantă.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIX** (**XXIII**), *1—2*, s. IV (1973).
6. Hostiuc L. T., *Contribuții privind capacitatea portantă și durabilitatea rulmenților radiali cu mișcare oscilantă.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1971.

RECHERCHES THÉORIQUES SUR LES ROULMENTS AXIAUX À MOUVEMENT OSCILLANT

(Résumé)

On présente une méthode de calcul de la durabilité de vie des roulements axiaux de dimensions réduites, qui fonctionnent à mouvement oscillant.

Les relations de calcul sont valables uniquemant pour le cas où les corps de roulage oscillent sans glissement entre les deux anneaux du roulement.

Les exposants des relations de calcul sont déterminés sous forme numérique (tableaux 2...5), en fonction des valeurs expérimentalles établies pour les roulements radiaux à mouvement oscillant [6].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.K. 621.438

EINIGE BEMERKUNGEN ZUR VERBRENNUNG IN GASTURBINEN-BRENNKAMMERN MIT FILMVERDAMPFUNG

VON

W. SPINDLER und D. PERETZ

1. Ziel der Forschung. Die bisher geläufige Art der Brennkammern von Gasturbinen ist die Zerstäubung- oder Verdampfungsbrennkammer, wie sie in ihrer ursprünglichen Form bereits bei stationären Öl- oder Gasfeuerungen verwendet wurde und auch in direkt einspritzenden Dieselmotoren beherrschend war.

Die Vorteile der Filmverdampfung des Brennstoffes, wie sie erstmalig mit der Einführung des M-Verfahrens der MAN deutlich gemacht wurden, legten es nahe, diese Konzeption der Gemischbildung auch auf Gasturbinen-Brennkammern zu übertragen. Erste, auf Anregung von Prof. Meurer zurückgehende Versuche, wurden bereits Ende der 50er Jahre von Hussmann und Maybach an der Pennsylvania-State-University durchgeführt [1], [2]. Solche Versuche mit Filmverdampfungs-Brennkammern wurden zu Beginn der 70er Jahre am Institut für Verbrennungskraftmaschinen der TU München wieder aufgenommen. Das Ziel der Untersuchungen bestand darin einen näheren Einblick in die Verbrennungsvorgänge einer solchen Brennkammer zu erhalten. Insbesondere interessierten hierbei Fragen der Wärmeübertragung und der Temperaturverteilung in den Bauteilen und der Flamme, sowie der Gehalt an Kohlenmonoxid und Stickoxid in den Abgasen.

2. Prüfstandsbeschreibung. Für die Durchführung der Versuche stand ein eigener Brennkammerprüfstand zur Verfügung. Die Abb. 1 zeigt die Anlage schematisch. Eine aus drei paralell geschaltetem Kolbenverdichtern bestehende Kompressoranlage kann bis zu 1 Kg/s Luft bei einem Gegendruck von maximal 12 bar liefern. Wegen der besseren Regelbarkeit und der weit geringeren Betriebskosten erfolgt der Antrieb durch Dieselmotoren. Die Luft der einzelnen Kompressoren wird in einem Sammelbehälter zusammengeführt und geht dann durch eine Rohrleitung zur ersten Meßblende zur Messung der Gesamtluftmenge. Die Volumina des Sammelbehälters und der Rohrleitung sind so groß, da keinerlei durch die Kolbenverdichter hervorgerufene Pulsationen der Luft mehr festzustellen sind.

Nach der ersten Meßblende ist ein elektrisch beheizter Vorwärmer angeordnet, wo die Luft durch elektrische Heizstäbe aufgeheizt werden kann. Eine nicht dargestellte elektronische Regelung hält im Rahmen der zur Verfügung stehenden Heizleistung die Temperatur konstant.

Wie aus Abb. 2 ersichtlich ist, teilt sich der Luftstrom in Primär- und Sekundärstrom. In zwei weiteren Meßblenden werden die Massenströme vom Primär- und Sekundärluft gemessen, die dann der Brennkammer zugeleitet werden. Die Primärluft wird durch einen Drallkörper (Abb, 3) in Rotation versetzt und durchströmt dann das Verdampferrohr. Um einen gleichmäßigen Kraftstoffilm zu erreichen wurden die Drallkörper mit einer Spiralfräse aus einem Stück gearbeitet. Für die Untersuchungen wurden Drallkörper eingesetzt mit $\beta = 45°$, $56°$, $60°$ und $70°$, die eine rotationssymmetrische Luftströmung erzeugten.

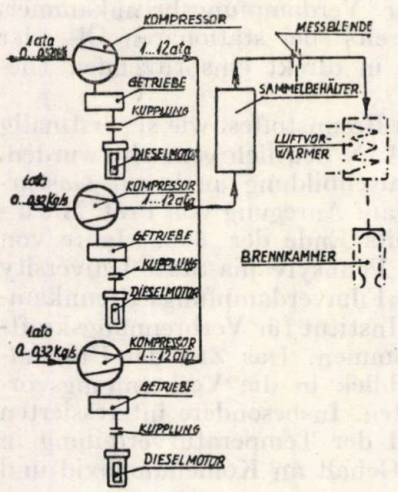


Abb. 1

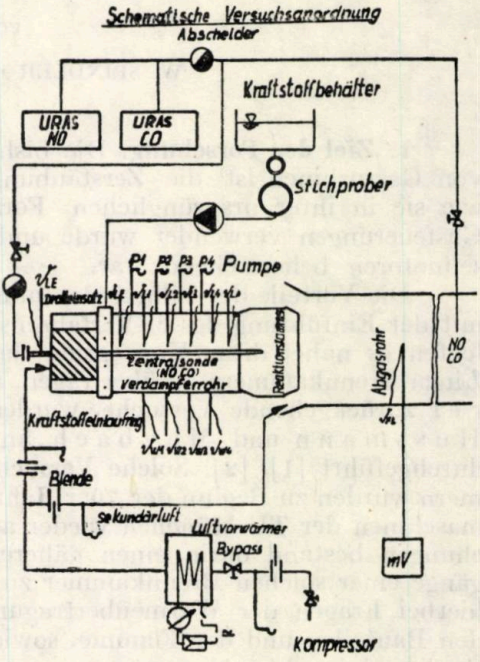


Abb. 2

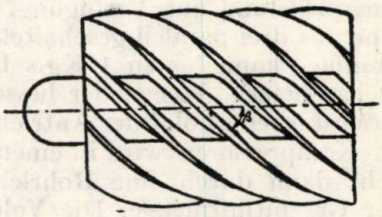


Abb. 3

Nach dem Drallerzeuger folgt der Kraftstoffeinlaufring (Abb. 2), der mit 8 radialen Bohrungen versehen ist und den zugeführten Brennstoff mit Hilfe der Primärluft in vereinten Spiralbahnen als kontinuierlichen Film auf der Wand des Verdampferrohres ausbreitet.

Das Verdampferrohr besteht aus einem zylindrischen Rohr auf dessen Außenwand die elektrischen Heizwiderstände in einem spiralförmigen Kanal aufgewickelt sind. Auf der entgegengesetzten Seite des Verdampferrohres befindet sich eine Deckplatte mit Ventil, um mit Gegendruck fahren zu können.

Die Luftmengen wurden mit Messblenden gemessen. Der Überdruck vor der Meßblende kann mit einem Feinmanometer abgelesen werden, der Druckabfall wird mit einem Digitalmillivoltmeter gemessen, die Eichung wurde mit einem Wasser—U—Manometer durchgeführt. Die Meßgenauigkeit ist + 0,2 Kgf/m².

Die Temperatur der Primärluft an verschiedenen Stellen des Verdampferrohres und der Reaktionskammer wird mit Thermoelementen Fe-Ko gemessen (θ_{LE}, θ_{L1},...). Die Temperatur der Wand des Verdampferrohres wird durch eine elektronisch geregelte Heizung bis auf 300°C gebracht und durch Thermoelemente (θ_{W_1}, θ_{W_2},...) überwacht.

Nach Durchströmen des Verdampferrohres tritt die jetzt mit Kraftstoffdampf gemischte Luft in die Reaktionskammer ein, wo die Verbrennung beginnt. Ein Teil der Sekundärluft kann durch kleine Bohrungen, die bei den Versuchen wahlweise offen oder verschlossen waren, in die Reaktionskammer eintreten, während die Hauptmenge der Sekundärluft unmittelbar nach der Reaktionskammer beigemischt wird.

Mit Hilfe einer längs durch die ganze Brennkammer axial verschieblichen kombinierten Sonde konnten gleichzeitig genau längs der Mittelachse der Brennkammer sowie am Rande der Flamme Gasproben entnommen werden und die Temperaturen an diesen Stellen gemessen werden. Registriert wurden 7 Werte an verschiedenen Meßstellen. Da wegen der Kleinheit der Sonden an den Thermoelementen (Pt — Pt Rh) kein Strahlungsschutz angebracht werden konnte, wurde der Fehler in der Temperaturmessung durch die Strahlung bei der Auswertung durch eine Rechnung korrigiert.

Die kontinuierlich entnommenen Gasproben wurden nach Filterung und Trocknung in Infrarotanalysatoren analysiert.

Die zugeführte Kraftstoffmenge (handelsüblicher Dieselkraftstoff oder leichtes Heizöl) wurde mit einem Stichprober (Bürette) gemessen und mit einer Pumpe in dem Brennstoffring gedrückt.

Die hier beschriebenen Versuche wurden ohne Gegendruck mit offen brennender Flamme gemacht. Die Masse der Primärluft lag bei den Versuchen zwischen 60 und 130 Kg pro Stunde, in der Reaktionskammer wurde mit einem relativen Luft/Kraftstofverhältnis von $\lambda_p = 0{,}55$ bis 1,15 gefahren.

3. Versuchsbedingungen. Die wesentlichen Parameter bei den Messungen, bei denen die geometrischen Abmessungen der Brennkammer nicht verändert wurden, waren der Luftdurchsatz, die Luft- und Verdampferrohrtemperaturen, das Luft- Kraftstoffverhältnis und der Drall. Da der Wärmeübergang zwischen Kraftstoff- Film und Verdampferrohrwand einen großen Einfluß auf die Vorgänge in der Brennkammer haben, wurden auch die Temperaturen an mehreren Stellen der Verdampferrohrwand gemessen.

Mit der Messung des Wärmeüberganges wurden die Versuche begonnen. Die Wärmeübergangskoeffizienten zwischen Luft und Verdampferrohrwand wurden für verschiedene Luft- und Wandtemperaturen in Abhängigkeit vom Luftdrall ermittelt.

4. Versuchsergebnisse. 4.1. *Wärmeübergangsmessungen.* Die ersten Versuche wurden mit reiner Luft bei verschiedenen Drücken mit und ohne Drallströmung gefahren um die Wärmeübergangszahlen zwischen Wand und Luft zu bestimmen.

Die Wärmeübergangszahl wurde mit der Formel

$$\alpha_{WL} = \frac{Q_{\text{eff}}}{F_W \Delta\theta_{WL}}, \quad [W/\text{m}^2\,\text{grd}] \tag{1}$$

bestimmt, wobei: F — die Wärmeaustauschfläche; $\Delta\theta_{WL}$ — die Temperaturdifferenz zwischen der Wandtemperatur und der Lufttemperatur; Q_{eff} — die effektive ausgetauschte Wärmeleistung und Q_V — die Wärmeverluste bedeuten;

$$Q_{\text{eff}} = Q - Q_V \,. \tag{2}$$

Einige Versuchsergebnisse sind in den Abb. 4 und 5 gegeben, als Funktion der mittleren axialen Luftgeschwindigkeit u und der mittleren Dichte der Luft. Wie aus den Diagrammen ersichtlich ist wächst die Wärmeübergangszahl α_{WL} mit u und mit dem Drall β bis zu Werten über 500 W/m² grd.

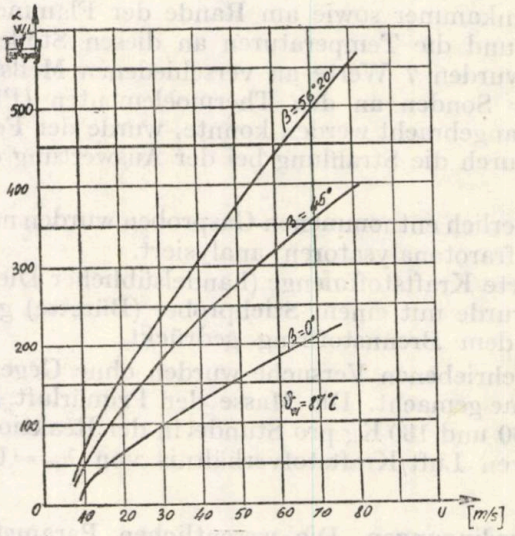


Abb. 4

Der Einfluß des Druckes (oder der Dichte) ist in der Abb. 5 wiedergegeben.

Unter verschiedenen Betriebsbedingungen wurden auch die auf der Rohrwand erzielten Filmlängen des Kraftstoffes gemessen um z.B. den Einfluß der Temperatur bei konstanter mittlerer Geschwindigkeit und

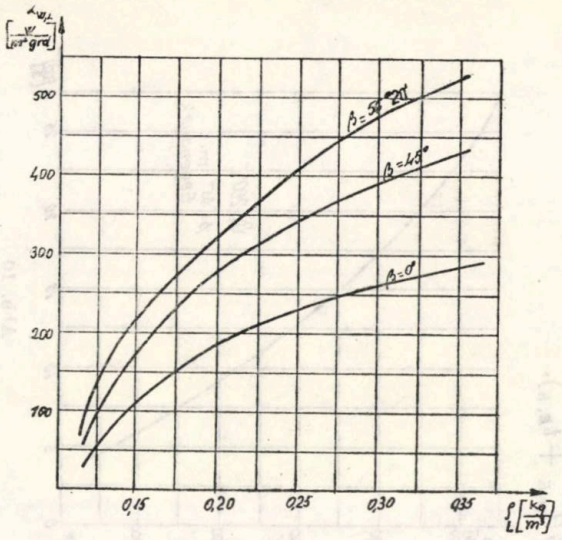


Abb. 5

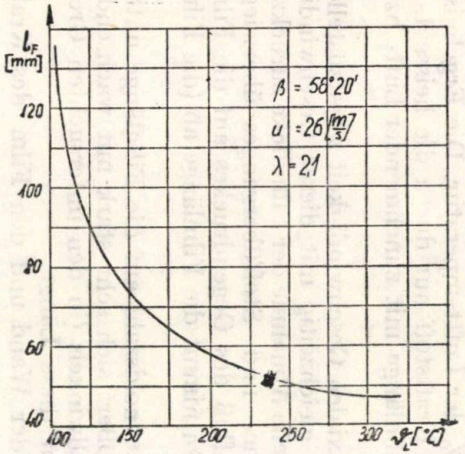


Abb. 6

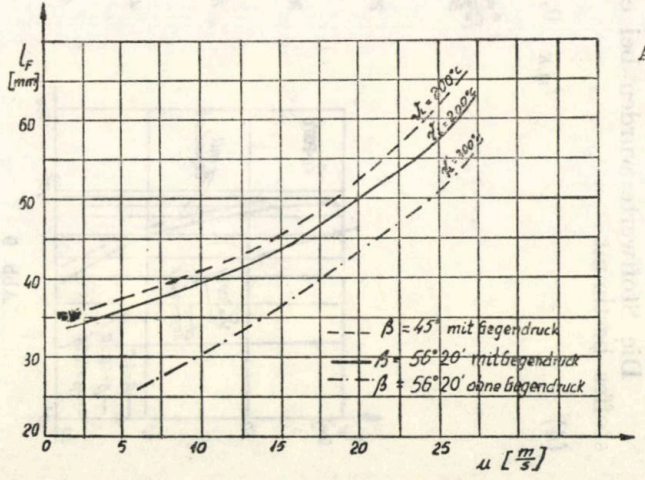


Abb. 7

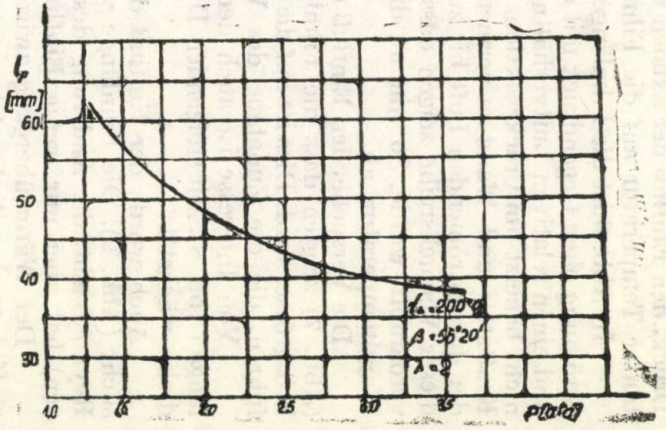


Abb. 8

Druck, den Einfluß der axialen Geschwindigkeit und des Druckes bei konstanter Temperatur auf die Filmlänge festzustellen.

In Abb. 6 ist die Filmlänge als Funktion der Lufttemperatur bei einer Strömung ohne Gegendruck mit einem Dralleinsatz $\beta = 56° 20'$, $u = 26$ m/s und einen relativen Luftverhältnis von $\lambda = 2{,}1$. Das Verdampferrohr wurde nicht beheizt um Crackreaktionen und Bildung einer Dampfzone zwischen Kraftstoff und Wand zu vermeiden. Doch erwärmte sich die Wand infolge der durchströmenden Luft bis zu 90% der Lufttemperatur. Die Ergebnisse dieser Versuchsreihe zeigen dass der Kraftstoff nur durch die heisse Luft verdampft wurde. So nimmt die Filmlänge mit zunehmender Luft- bzw. Wandtemperatur ab.

Die Versuche, den Einfluß der axialen Geschwindigkeit u festzustellen (Abb. 7) zeigten dass die Filmlänge gleichzeitig mit dieser Geschwindigkeit grösser wird. Dies ist auf die schnelle Abnahme der Filmdicke zurückzuführen, die die Zunahme des Wärme- und Stoffüberganges überwiegt.

Von Interesse ist auch der Einfluß des Gegendruckes auf die Filmlänge (Abb. 8). Mit steigenden Drücken nimmt die Filmlänge ab (die Filmdicke wächst).

Auch wurde der Einfluß der Reynoldszahl auf die Filmlänge untersucht (Abb. 9). Die Filmlänge vergrößert sich sehr stark mit wachsender Reynoldszahl, die Änderung des Drallwinkels (in den untersuchten Grenzen) hat aber nur wenig Einfluß auf diese Länge.

Der Wärmeübergang zwischen der Wand und den Film des Kraftstoffes wird mit der Gleichung

$$\mathcal{N}u = 0{,}036\, \mathcal{R}e^{0,8}\, \mathcal{P}r^{0,4} \tag{3}$$

berechnet.

Die Stoffwerte wurden bei einer mittleren Temperatur des Kraftstoffes bestimmt

$$t_{m,K} \quad 0{,}5\,(t_{A,K} + t_{E,K}), \tag{4}$$

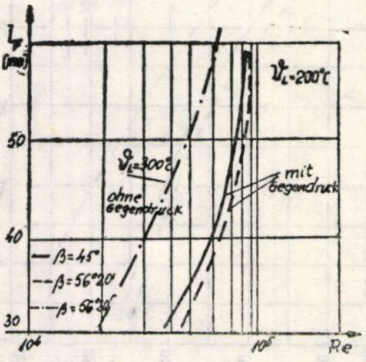


Abb. 9

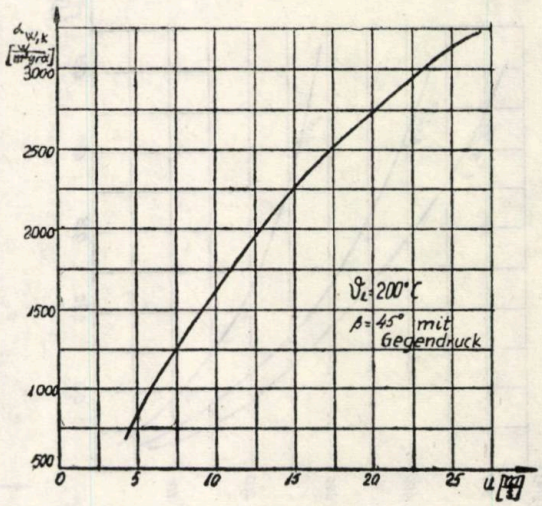


Abb. 10

$t_{E,K}$ ist die Siedetemperatur des Kraftstoffes. Die Werte der Wärmeübergangszahlen $\alpha_{W\,K}$ für eine Reihe von Versuchen ($t_L = 200°C$, $\beta = 45°$, mit Gegendruck) sind in Abb. 10, als Funktion der mittleren axialen Luftgeschwindigkeit aufgetragen. Die Versuche wurden bei konstanter Lufttemperatur durchgeführt ($t_L = 200°C$), die Wandtemperatur lag bei 165 — 173°C.

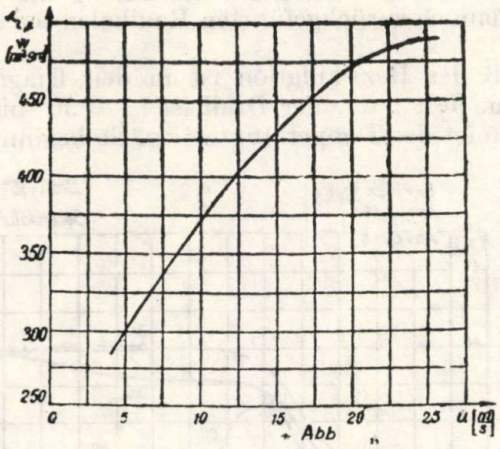


Abb. 11

Bei der Berechnung der Wärmeübergangszahlen zwischen Luft und Kraftstoff wurde folgende mittlere Temperatur benutzt

$$t_{m,L} = 0{,}5\,(t_{A,L} + t_{m,K}). \tag{5}$$

Weil die Filmgeschwindigkeit gering ist, war es nicht nötig mit der relativen Luftgeschwindigkeit die Reynoldszahlen zu bestimmen. In der Abb. 11 sind einige Ergebnisse dargestellt (für dieselbe Versuchsreihe wie in Abb. 10).

4.2. *Flammentemperaturmessungen.* Mit dem axial durch die gesamte Brennkammer verschieblichen Thermoelement wurden die Temperaturen θ_a in der Mittelachse sowie am Rande der Gasströmung bzw. am Rande der Flamme θ_r gemessen. Es zeigte sich, daß die gemessenen Temperaturen unter den theoretisch zu erwartenden Temperaturen liegen, selbst wenn man die Meßfehler infolge der Strahlung des Thermoelementes berücksichtigt. Der Grund dafür liegt darin, daß die in den Diagrammen (Abb. 12, 13 und 14) angegebenen Werte für λ_P reine Rechenwerte sind, die aus dem zugeführten Kraftstoff und der Primärluft errechnet sind. In Wirklichkeit werden durch die Rezirkulation, die eine Folge des Luftdralls ist, sowohl Anteile der Sekundärluft als auch gewisse Mengen von Abgas in die Flammenzone und kurz nach der Reaktionskammer zurücktransportiert, so daß die wirklichen Werte λ_G viel grösser sind.

Die Einflüsse dieser beiden Komponenten sind ziemlich komplexer Art. Einerseits vergrößert der durch die Rezirkulation zurückgeführte Anteil der Sekundärluft das λ_P, das meist deutlich kleiner ist als 1, sodaß die Flammentemperatur steigen müßte, andererseits ist die Temperatur der Sekundärluft niedrig, was zu einer Abkühlung der Flamme führt.

Ganz ähnlich verhält es sich mit den zurückgeführten Abgasanteilen. Sie haben eine hohe Temperatur, wodurch die Flammentemperaturen steigen sollten, sie nehmen aber an der Reaktion nicht mehr teil, wirken also lediglich verdünnend (senken den Gemischwert), wodurch die Flammentemperaturen sinken.

Völlig ungeklärt ist in diesem Zusammenhang die Rolle der mit den Abgasen in die Flamme zurückgeführten Radikalen bei der gesamten Reaktionskinetik.

Der Einfluß der Rezirkulation ist in den Diagrammen (Abb. 12) deutlich zu sehen. Je stärker der Drall ist ($\beta = 56°$ bis $70°$) un so weiter stromaufwärts erfolgt der Temperaturanstieg. So beginnt beim schwächsten

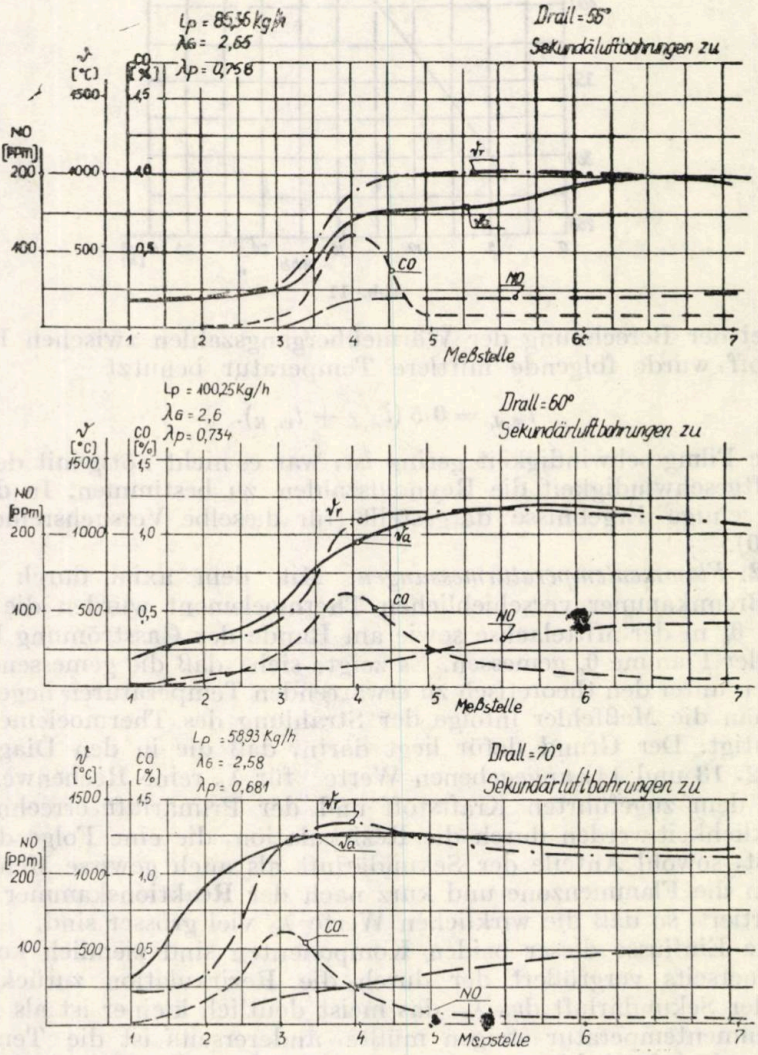


Abb. 12

Drall der Temperaturanstieg längs der Mittelachse der Brennkammer erst zwischen der Meßstelle 3 und 4. Bei $\beta = 60°$ ist er gegen der Meßstelle 3 vorgerückt und beim stärksten Drall beginnt er bereits zwischen den Meßstellen 1 und 2.

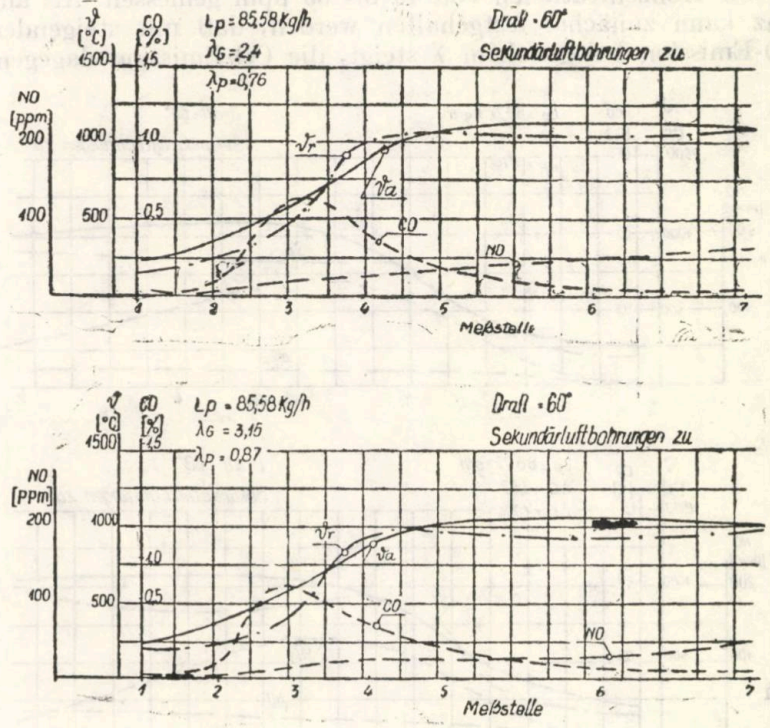


Abb. 13

Neben dem Drall, hat, wie nicht anders zu erwarten, das relative Luftverhältnis einen Einfluß auf dem Temperaturverlauf. Bekanntlich verläuft die Reaktion am schnellsten bei einem λ_P von ungefähr 0,9 — 1,0. Darunter und vor allem darüber wird die Reaktion deutlich langsamer. Hält man nämlich sowohl den Drall als auch die durchgesetzte Luftmasse konstant, um die Strömungsverhältnisse nicht zu verändern, variiert also nur die Brennstoffmenge, so stellt man eine geringfügige Veränderung des Temperaturverlaufes in Abhängigkeit von λ_P fest.

Zu bemerken ist noch, daß die Temperaturverläufe in der Mitte der Brennkammer und längs der Aussenzone (in den Diagrammen mit θ_a für Temperatur in der Achse und θ_r für Temperatur am Rand der Strömung) unterschiedlich ist. Ob dies allein auf die Strömungsverhältnisse zurückzuführen ist oder ob hierbei auch eine gewisse Konzentrationsschichtung des Gemisches im Verdampferrohr und der Reaktionskammer als Folge der unterschiedlichen Dichten von Kraftstoffdampf und Luft vorliegt, kann nicht mit Sicherheit gesagt werden.

4.3. *Abgaszusammensetzung.* Mit Hilfe der zentralen Entnahmesonde wurden längs der Mittelachse der Brennkammer an den mit 1 bis 7 bezeichneten Stellen Gasproben entnommen und auf CO und NO analysiert. Der Verlauf der Konzentration ist in den Diagrammen (Abb. 12, 13 und 14) dargestellt. Am Ende der Verbrennung (Position 7 und weiter stromab) werden CO Konzentrationen von 40 bis 60 ppm gemessen. Als allgemeine Tendenz kann zunächst festgehalten werden, daß mit steigendem Drall die NO-Emission bei gleichem λ steigt, die CO-Emission dagegen fällt.

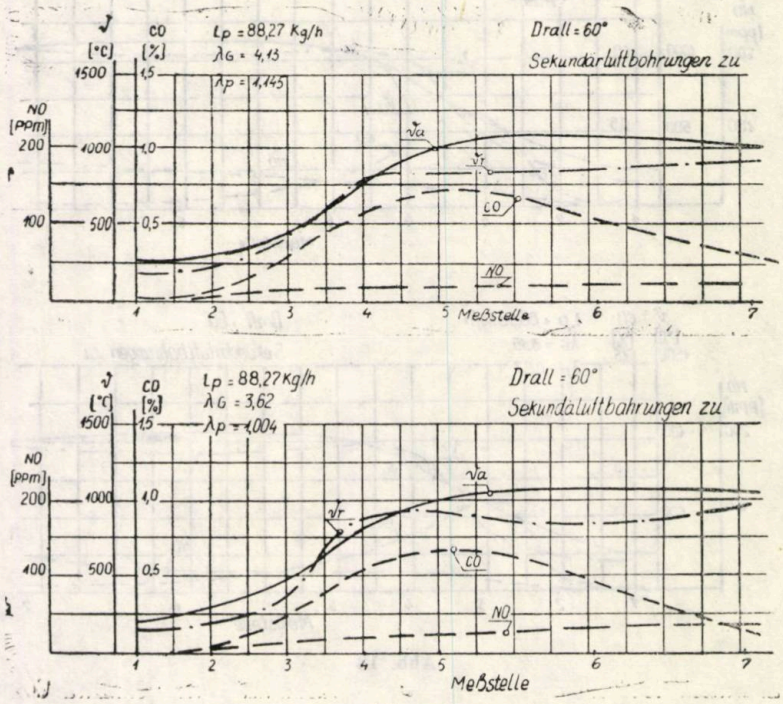


Abb. 14

Betrachtet man die Konzentrationswerte längs der Brennkammerachse, so verlaufen die Konzentrationswerte der beiden Komponenten verschieden. Das CO steigt in der Reaktionszone zunächst deutlich an. Je nach der Stärke des Dralls beginnt die Reaktion zwischen den Messstellen 1 und 2, was aus dem Anstieg der CO-Konzentration zu ersehen ist. Die aufgrund des kleinen λ_p im Primärbereich zu erwartenden hohen CO-Konzentrationen werden nicht erreicht, weil die eben reagierenden Teilchen nur eine sehr kleine Verweilzeit in der Reaktionskammer haben (zwischen 3 und 5 ms) und noch während des Reaktionsvorganges in den Bereich der Rezirkulation und damit in eine Zone mit sehr hohem Sauerstoffüberschuss getragen werden. Der endgültige Ausbrand erfolgt also unter sehr günstigen Bedingungen. Der verhältnismäßig hohe Restgehalt an CO im Abgas ist wahrscheinlich auf das Abschrecken der Flamme durch die relativ kalte Sekundärluft zurückzuführen. Wegen der begrenzten Heizleistung des Luftvorwärmers war

die Temperatur der Sekundärluft nur 150°C. Bei einigen Teilversuchen wurde der Luftdurchsatz stark reduziert, um die Temperatur der Sekundärluft zu erhöhen (bis maximal 300°C). Der CO-Gehalt des Abgases ging dann deutlich zurück. Ebenso gingen die nur stichprobenweise gemessenen unverbrannten Kohlenwasserstoffe im Abgas bei steigender Temperatur der Sekundärluft deutlich zurück.

Der Einfluß des Dralls ist nicht sehr ausgeprägt. Mit steigendem Drall rückt das CO-Maximum geringfügig stromaufwärts.

Wesentlich deutlicher ist der Einfluß des Luft-Kraftstoffverhältnisses. Hält man die durchgesetzte Luftmasse konstant und verändert das λ_p durch mehr oder weniger Kraftstoff, so erkennt man aus den Diagrammen der Abb. 13 und 14, welchen Einfluß das λ_p auf den Verlauf der CO-Konzentrazion hat.

Der Verlauf der NO-Konzentration folgt ungefähr dem Temperaturverlauf. Auch hier werden bei weitem nicht die Werte erreicht, die aufgrund der Temperaturen zu erwarten wären. Die Verweilzeit ist auch hier zu kurz. NO ist wesentlich reaktionsträger als Kohlenstoff und Wasserstoff. Deshalb kommt es zu keiner ausgeprägten Maximumbildung, sondern die NO-Konzentration strebt allmählich ihrem Endwert zu. Dieser wird, wie in Abb. 12 zu sehen ist, vom Drall beeinflußt.

4.4. *Allgemeine Bemerkungen zu den Versuchsergebnissen.* Die Versuche haben gezeigt, daß die Verdampfung und Verbrennung von den verschiedenen Temperaturen, dem Luft-Kraftstoffverhältnis und dem Luftdrall abhängt. Dazu kommen noch Sekundäreinflüsse wie z. B. das Vorhandensein von Sekundärluftbohrungen in der Reaktionskammer usw. Den größten Einfluß haben die Verdampferrohrtemperaturen und die Drallintensität. Beide Parameter bestimmen sowohl die Baulänge der Brennkammer als auch die Güte der Verbrennung, weil nämlich der Kraftstoff völlig verdampft sein muss, ehe er in der Reaktionskammer gelangt. Eine Reihe von Versuchen haben gezeigt, daß die übertragenen Wärmemengen und damit die Geschwindigkeit der Verdampfung im Verdampferrohr durch die Temperaturverhältnisse, den Drall sowie die durch den Drall erzeugte Rezirkulation beeinflußt werden. Allerdings kann die Verdampfungsschwindigkeit nur durch Erhöhung der Wandtemperatur des Verdampferrohres nicht beliebig gesteigert werden, weil bei Überschreiten der Cracktemperaturen ein Zerfall des Kraftstoffes auftritt und sich an der Rohrwand Kokskrusten absetzen, die die Ausbreitung eines sauberen Brennstoff-Filmes verhindern. Dies hat ebenso wie eine nicht völlige Verdampfung des Kraftstoffes zur Folge, daß flüssiger Kraftstoff in die Reaktionskammer gelangt. Bei den Versuchen hat sich aber immer gezeigt, daß schon geringste Mengen von flüssigem Brennstoff in der Reaktionskammer zu einer gelben und deutlich rußenden Flamme führen. Nun ist aber gerade die fast völlige Rußreiheit und geringe Strahlungsintensität der Filmverdampfungsflamme ein Vorzug dieses Systems.

Eine weitere Beobachtung, die gemacht wurde, ist das Entstehen von sehr viel unverbrannten Kohlenwasserstofen, wenn die Sekundärluft zu kalt ist. In der Mischzone zwischen Primär- und Sekundärluft wird die dort noch sehr fette Flamme (λ_p deutlich kleiner als 1) abgeschreckt, was dann eben zum Auftreten von unverbrannten Kohlenwasserstoffen führt.

Im normalen Stationärbetrieb einer Gasturbinnenbrennkammer ist — vor allem, wenn ein Wärmetauscher vorhanden ist — die Temperatur der Sekundärluft immer hoch genug. Bei Start oder Teillastbetrieb muß auf diesen Punkt aber geachtet werden.

5. Schlußfolgerungen. 1. Die bisher durchgeführten Versuche haben die früher an anderer Stelle gemachten Versuche bestätigt und die Brauchbarkeit des Verfahrens erwiesen. Neu in diesem Zusammenhang sind einmal die sorgfältigen Wärmeübergangsmessungen und zum Zweiten die Messung der CO- und NO-Konzentration an verschiedenen Stellen der Brennkammer.

2. Über das bisher bekannte hinaus kann somit gesagt werden, daß die Filmverdampfungs-Brennkammer in Bezug auf thermische Belastung der Bauteile der konventionellen Bauweise mindestens gleich, eher aber überlegen ist. Kontrollrechnungen haben gezeigt, daß sie sowohl in Bezug auf die Bauraumleistung als auch auf den spezifischen Brennstoffumsatz herkömmlichen Brennkammern mindestens ebenbürtig ist. Der einzige wirklich kritische Bauteil hinsichtlich der Temperaturbelastung ist offensichtlich nur die Reaktionskammer. Sie mußte sau hochhitzebeständigem Material gefertigt werden. Alle übrigen Bauteile sind aus normalen Baustahl hergestellt.

3. Das Prinzip der Filmverdampfungs-Brennkammer bietet genügend Flexibilität um die Brennkammer ohne viel Aufwand an verschiedene Brennstoffe anzupassen, ohne die Abgasemission unzulässig ansteigen zu lassen.

Eingegangen am 13. Dezember 1978

Technische Universität, München,
Bundesrepublik Deutschland
und
Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Wärmetechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Hussmann A. W., Wiss. Z. TU—Dresden, **16**, *2* (1967).
2. Maybach G. W., M.T.Z., 7 (1959)

UNELE OBSERVAŢII ASUPRA ARDERII ÎN CAMERELE TURBINELOR CU GAZE ÎN CAZUL VAPORIZĂRII PELICULARE A COMBUSTIBILULUI

(Rezumat)

Datorită avantajelor evidente, principiul formării amestecului prin vaporizarea peliculei de combustibil după Meurer (procedeul MAN — M) a fost extins şi la camerele de ardere ale turbinelor cu gaze.

În cadrul Institutului de maşini termice al Universităţii tehnice din München (R. F. Germania) s-au efectuat experienţe, în vederea stabilirii interdependenţei funcţionale între tubul de vaporizare şi camera de reacţie propriu zisă.

În acest scop s-au cercetat procesele de transfer de căldură şi de masă în tubul de vaporizare şi procesul arderii în camera de reacţie pentru diferite condiţii de lucru.

Rezultatele obţinute demonstrează flexibilitatea funcţională ridicată a acestor camere de ardere şi posibilitatea realizării unei arderi complete la concentraţii acceptabile de gaze poluante.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.43.04

CONSIDERAȚII ASUPRA SISTEMELOR DE APRINDERE ELECTRICĂ CU TRANZISTORI

DE

ILIE D. BURSUC și TRAIAN VIDRAȘCU

1. Introducere. Necesitatea îmbunătățirii performanțelor sistemului de aprindere electrică la vitezele mari ale autovehiculelor a făcut ca după anul 1960 să apară sistemele de aprindere electrică cu tranzistori [1].

Tranzistorii de putere oferă posibilitatea comutării rapide a unor curenți electrici mari. Acest fapt a condus la reproiectarea bobinei de inducție pentru a obține o energie mare la pornirea motorului rece și menținerea unei tensiuni mari în secundar la turații ridicate. Astfel au apărut bobine de inducție cu inductanța primară de 1—3 mH, parcurse de curenți de 8—10 A și cu un raport al numărului de spire secundar—primar de 200—400.

În articolul de față se propune un model de aprindere electrică cu tranzistori care poate fi utilizat cu bune rezultate în țara noastră.

2. Considerații energetice. Dacă se consideră o bobină de inducție prin care trece un curent primar $i_p = 10$ A, a unui sistem de aprindere tranzistorizat, atunci valoarea rezistenței balast trebuie să fie

$$R = \frac{E}{i_p} = 1{,}2\ \Omega, \tag{1}$$

la o putere

$$P = R\, i_p^2 = 120\ \text{W}, \tag{2}$$

care este de aproape trei ori mai mare decît în cazul sistemului convențional. Această putere este solicitată de la sursa de energie electrică a autovehiculului, ceea ce constituie un dezavantaj.

Tranzistorul utilizat trebuie să suporte un curent mare și dacă nu se iau măsuri speciale, el se poate distruge în cazul unei funcționări îndelungate prin fenomenul celei de a doua străpungeri [2]. Acest fenomen este specific funcționării tranzistorului la densități foarte mari de curent și prezintă o probabilitate mai mare de apariție în cazul sarcinilor inductive.

Aprinderea electrică cu tranzistori prezintă totuși avantaje evidente. În [3] se arată că în cazul unui sistem clasic de aprindere care furnizează o energie de 50 mJ se pierd în arcul de la contactele rupotorului circa 36 mJ, rămînînd disponibili pentru aprinderea amestecului carburant 14 mJ, o energie insuficientă pentru pornirea motorului rece.

După cum se specifică în [4] este necesară o energie de minimum 100 mJ pentru a porni motorul în 5 secunde. Această energie poate fi obținută cu ușurință în cazul aprinderii electrice cu tranzistori, fără a se diminua, pe perioade mari de funcționare.

3. Considerații teoretice. Ne propunem să studiem un model de sistem de aprindere cu tranzistori, care să utilizeze o bobină de inducție clasică, ce asigură o energie de 100 mJ la pornire, un consum acceptabil de energie de la sursa electrică a automobilului și o energie de 30 mJ la turația cea mai mare a motorului, suficientă pentru motorul cald [4].

Legea lui Helmholtz în cazul considerat ne dă mărimea curentului în primarul bobinei de inducție [5]

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L_p} t_i}\right), \tag{3}$$

unde E este tensiunea sursei electrice, R—rezistența de pe circuit, L_p—inductanța primarului și t_i—timpul cît contactele ruptorului sînt închise.

Constanta de timp a circuitului este

$$\tau = \frac{L_p}{R} \tag{4}$$

și dacă

$$t_i = 3\,\tau \tag{5}$$

atunci relația (3) devine

$$i = 0{,}95\,\frac{E}{R}, \tag{6}$$

ceea ce arată că energia înmagazinată

$$W = \frac{1}{2} L_p\, i^2 \tag{7}$$

rămîne aproximativ constantă pînă la o anumită turație a motorului.

Deoarece funcționarea optimă a echipamentului de aprindere are loc atunci cînd există un raport bine determinat între timpul de închidere al contactelor ruptorului și perioada de rotație, vom lua după [6], pentru un motor cu patru cilindri, cazul cel mai nefavorabil în care

$$\frac{t_i}{T} = 0{,}6. \tag{8}$$

Înlocuind în (5) obținem frecvența scînteilor pînă la care energia rămîne aproximativ constantă,

$$f = \frac{0{,}6\,R}{3\,L_p}. \tag{9}$$

Considerăm că bobina de inducție are $L_p = 10$ mH și că $R = 3\,\Omega$, aleasă astfel ca prin tranzistor să treacă un curent de 4—5 A. Cu aceste valori relația (9) că

(10) $f = 60$ scîntei/sec, adică $n_m = 1\,800$ rot/min.

Să găsim acum turația maximă la care energia ajunge la 30 mJ. Din relația (7) obținem

$$i = \sqrt{\frac{2W}{L_p}} \simeq 2{,}45 \text{ A}; \tag{11}$$

înlocuind în (3), ținînd seama că $E = 14$ volți, rezultă

$$2{,}45 = \frac{14}{3}\left(1 - e^{-\frac{3}{10^{-3}}\frac{0{,}6}{f}}\right), \tag{12}$$

de unde făcînd calculele se obține

$$f \simeq 246 \text{ scîntei/sec}, \quad n_m \simeq 7\,380 \text{ rot/min}. \tag{13}$$

4. Discuții. 1. Sistemul propus pornește de la utilizarea unei bobine de inducție clasice, ceea ce constituie un avantaj constructiv. În acest caz, la întreruperea curentului prin circuitul primar, ia naștere o tensiune de autoinducție mare, de ordinul a 300 — 400 volți, de aceea este necesară utilizarea unui tranzistor de putere cu siliciu care să reziste în stare blocată la o asemenea tensiune. Progresele fizicii corpului solid au dus la realizarea unor asemenea tranzistori capabili să reziste la tensiuni de 500 — 1 000 V.

2. Deoarece acești tranzistori pot suporta curenți de colector mari, se poate aranja astfel circuitul electric ca numai la pornire curentul prin bobina primară să fie de 6—8 A, asigurîndu-se astfel o energie superioară celor 100 mJ, chiar dacă există o cădere de tensiune din cauza acționării demarorului.

3. În cazul autoturismului Dacia 1 300 turația corespunzătoare puterii maxime este de 5 250 rot/min., adică

$$f = 175 \text{ scîntei/sec}. \tag{14}$$

După relația (3)

$$i = \frac{14}{3}\left(1 - e^{-\frac{3}{10^{-3}}\frac{0{,}6}{175}}\right) \simeq 3 \text{ A}, \tag{15}$$

ceea ce arată că energia înmagazinată la turația maximă este

$$W = \frac{1}{2}L_p i^2 = 45 \text{ mJ}. \tag{16}$$

Procedînd la fel pentru cazul turației corespunzătoare cuplului maxim (3 000 rot/min) se obține o energie

$$W = 75 \text{ mJ}, \tag{17}$$

destul de mare față de cerințele energetice necesare aprinderii amestecului carburant (1 — 5 mJ) [4].

4. Sistemul propus asigură o tensiune înaltă în secundarul bobinei de inducție la turații joase, întrunind avantajele aprinderii cu tranzistori arătate în [1].

5. În caz de defecțiune, autovehiculului își poate continua drumul prin trecerea pe sistemul clasic de aprindere electrică, ceea ce nu se poate realiza cu sistemele de aprindere tranzistorizate arătate în [1].

5. Concluzii. În lucrare se propune un model de aprindere electrică cu tranzistori, care ar putea fi utilizat în țara noastră pe autovehiculele cu motor în patru timpi și cu patru cilindri. Pe baza unor considerații energetice se găsește că acest model poate funcționa mulțumitor pînă la turații de 7 380 rot/min. El ar da rezultate bune la autoturismul Dacia 1 300.

Primită la 15 decembrie 1978

Universitatea „Al. I. Cuza", Iași,
Laboratorul de corp solid
și
Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Ward B., *Transistor Ignition Systems Handbook.* Howard W. Sons, New York, pp. 35—100, 1963.
2. Dolocan V., *Fizica dispozitivelor cu corp solid.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., pp. 147—151, 1978.
3. Florio S. A., *Manufacturers Experience.* S.A.E. Journal, 8, 10—14 (1964).
4. Cristea M., *Echipament electric pentru automobile.* Ed. did. și ped., Buc., pp. 27—28, 1962.
5. Spînulescu I., Dima I., Pîrvan R., *Metode electronice în fizica experimentală.* Ed. did. și ped., Buc., pp. 243—244, 1978.
6. Rădulescu V., Bratu E., Georgescu I., *Automobilul.* Ed. tehn., Buc., p. 220, 1968.

CONSIDERATIONS ON TRANSISTOR IGNITION SYSTEMS

(Summary)

Starting from energy considerations, a model of transistor ignition to be used on four cylinder car engines, having a maximum revolution of 7 380 rpm is proposed.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 216.018

ÎNCERCAREA UNOR ENTALPMETRE PENTRU ABUR UMED DE JOASĂ PRESIUNE

II. ÎNCERCĂRI PE TURBINA DE 50 MW

DE

DAN URSESCU, VICTOR ZUBCU, VIRGIL GIURCĂ, GH. DRAFTA și RADU LUCA

1. Introducere. În prima parte a lucrării [1] s-au prezentat încercările entalpmetrului pentru abur umed în laborator și pe turbina de 25 MW.

În partea a doua a lucrării se prezintă încercările de omologare ale entalpmetrului, efectuate pe turbina de 50 MW, tip DSL-50, de la CET Iași, în paralel cu probele de garanție (făcute de ICEMENERG București).

S-au putut astfel compara rezultatele determinărilor entalpiei și titlului aburului umed la ieșirea din turbină prin cele două metode: metoda directă, a entalpmetrului cu două rezistențe electrice și metoda indirectă, a bilanțului energetic al grupului turbină cu abur—generator electric, singura care se utilizează actualmente.

2. Descrierea entalpmetrului încercat. Încercările pe turbina de 50 MW s-au efectuat cu un entalpmetru perfecționat, prezentat în fig. 1.

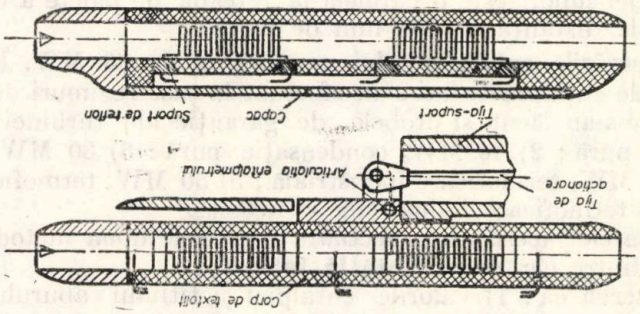


Fig. 1

Aparatul a fost realizat dintr-un bloc de textolit, avînd un canal circular pentru trecerea aburului, în care s-au montat rezistențele electrice și termocuplurile. Pentru introducerea acestora în corpul aparatului s-a frezat un canal lateral.

Aparatul este montat la tija-suport printr-o articulație, care permite rabatarea sa pe un unghi de 90°.

3. Descrierea instalației experimentale. Încercările entalpmetrului pe turbina de 50 MW s-au efectuat cu ajutorul instalației experimentale utilizată și la turbina de 25 MW. Datorită dispozitivului de ecluzare, instalația a permis efectuarea încercărilor fără oprirea turbinei pentru manevrele de introducere-scoatere și poziționare în colectorul de evacuare al turbinei.

În fig. 2 se prezintă instalația experimentală montată la una din gurile de vizitare ale colectorului de evacuare al turbinei DSL-50.

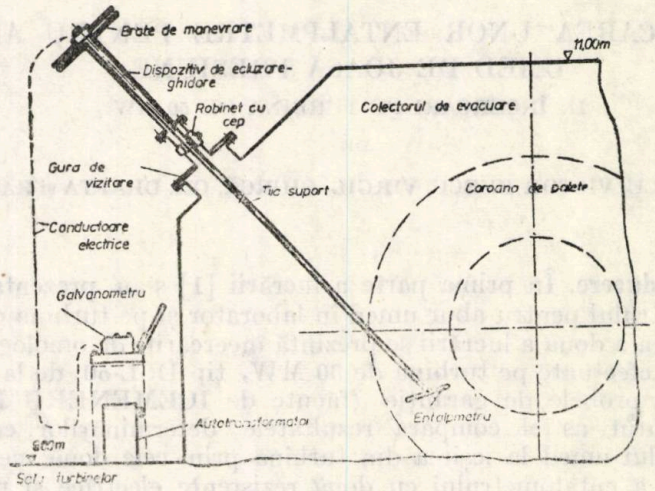


Fig. 2

În această instalație entalpmetrul are trei grade de libertate : a) deplasare de-a lungul axei tijei-suport ; b) rotație în jurul axei tijei-suport și c) rabatare în jurul axei articulației de montare la tija-suport.

Axa tijei-suport este o paralelă la rețeaua de palete a ultimei trepte a turbinei, la distanța de 300 mm de palete.

4. Încercările entalpmetrului pe turbina de 50 MW. Încercările de omologare ale entalpmetrului s-au efectuat la șase regimuri de bază ale turbinei, la care s-au făcut și probele de garanție ale turbinei : 1) 50 MW, condensație pură ; 2) 40 MW, condensație pură ; 3) 30 MW, condensație pură ; 4) 40 MW, termoficare industrială ; 5) 50 MW, termoficare urbană ; 6) 50 MW, termoficare industrială și urbană.

Rezultatele încercărilor efectuate prin cele două metode, precum și diferențele dintre ele, se prezintă în tabelul 1.

Se observă că : 1) valorile entalpiei și titlului aburului umed obținute cu ajutorul entalpmetrului sînt întotdeauna mai mari ca cele obținute prin bilanț energetic ; 2) diferența dintre valorile obținute prin cele două metode este, în medie, de cca. 5%, atît pentru entalpie, cît și pentru titlu.

Diferența dintre rezultate este normală și confirmă previziunile, deoarece, prin metoda bilanțului energetic se determnă valori de calcul ale entalpiei și titlului aburului umed la ieșirea din turbină — ca rezultat al determinării randamentului corpului de joasă presiune al turbinei, va-

Tabelul 1

Nr. crt.	Regimul de funcționare	Entalpia			Titlul		
		direct	indirect	Δi	direct	indirect	Δx
		kcal/kg	kcal/kg	%	—	—	%
1	50 MW condensație pură	605,57	560	7,525	0,9760	0,898	7,992
2	40 MW condensație pură	604,29	582	3,689	0,9778	0,932	4,689
3	30 MW condensație pură	596,37	572	4,086	0,9649	0,922	4,446
4	50 MW termoficare industrială	596,96	582	2,507	0,9625	0,937	2,649
5	50 MW termoficare urbană	609,71	570	6,510	0,9888	0,924	6,558
6	50 MW termoficare industrială și urbană	609,21	579	4,960	0,9825	0,940	4,326

lori la care nu se ține seama de drenurile de apă de la ultimele trepte ale turbinei. Prin urmare, valorile de calcul ale entalpiei și titlului sînt mai mici decît valorile reale ; entalpmetrul măsoară valori reale ale entalpiei și titlului aburului la ieșirea din turbină.

În afară de aceasta, trebuie remarcat că prin metoda bilanțului energetic se determină valori medii ale entalpiei și titlului la ieșirea din turbină, în timp ce entalpmetrul măsoară valori locale, corespunzătoare pozițiilor prizei de captare a aparatului. Cu ocazia încercărilor efectuate s-a constatat o neuniformitate pronunțată a cîmpului de parametri ai aburului în colectorul de evacuare al turbinei, favorizată de aerodinamica imperfectă a colectorului.

5. Concluzii. Analiza încercărilor entalpmetrului în laborator și pe turbinele de 25 MW și 50 MW conduce la următoarele concluzii :

1. Cercetările privind construcția entalpmetrului se consideră încheiate.

2. Entalpmetrul este utilizat, fără probleme, în conductele de abur obișnuite, în care fluxul de abur este omogen. La CET Borzești urmează a se instala entalpmetre cu două rezistențe electrice pe conductele de abur umed de la prizele de termoficare urbană.

3. Pentru utilizarea entalpmetrului în colectorul de evacuare a aburului din turbină (în care fluxul de abur este foarte neomogen) este necesară continuarea cercetărilor, prin amenajarea specială a corpului de joasă presiune al turbinei — pentru a se permite efectuarea unui bilanț energetic amănunțit al acestuia, în vederea „etalonării" entalpmetrului pentru a indica valorile medii reale ale entalpiei și titlului aburului umed din colectorul de evacuare al turbinei. Deocamdată aparatul poate indica doar valori reale, locale, ale entalpiei și titlului în acest colector — valori de control, care constituie indicații prețioase asupra desfășurării procesului de destindere a aburului în corpul de joasă presiune al turbinei.

Primită la 25 noiembrie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanoenergetică

BIBLIOGRAFIE

1. Ursescu D., Zubcu V., Giurcă V., Drafta G., Luca R., *Încercarea unor entalpmetre pentru abur umed de joasă presiune* (I). Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *3—4*, s. IV (1975).

ESSAY D'UN ENTALPMÈTRE POUR VAPEUR À BASSE PRESSION

II. Essais sur une turbine de 50 MW

(Résumé)

On présente un entalpmètre qui ne nécessite pas de préléver le vapeur dans l'espace de mesure.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.018

ALGORITM PENTRU CALCULUL ENTALPIEI ȘI TITLULUI ABURULUI UMED PRIN METODA ENTALPMETRULUI CU DOUĂ REZISTENȚE ELECTRICE

DE

VICTOR ZUBCU, VALENTIN CLOCOTICI, DORINA-SILVIA ZUBCU
și CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU

1. Introducere. Metoda entalpmetrului cu două rezistențe electrice constă în supraîncălzirea izobară, în două trepte, a unei fracțiuni din fluxul de abur umed în care se află aparatul (fig. 1). După prima supraîncălzire se obține abur supraîncălzit. Entalpia aburului umed rezultă din bilanțul termic al supraîncălzirilor.

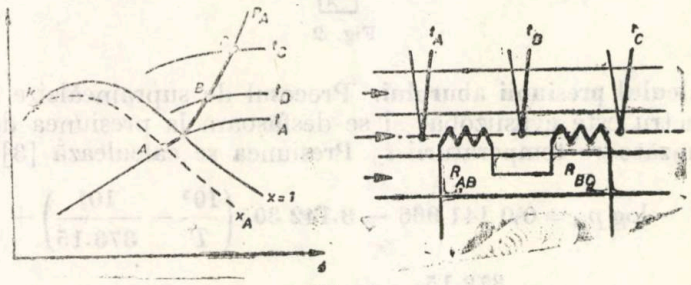


Fig. 1

În lucrare se prezintă un algoritm de calcul pentru entalpia și titlul aburului umed, bazat pe datele furnizate de entalpmetru : temperatura t_A a aburului umed la intrarea în aparat, temperatura t_B a aburului supraîncălzit după prima rezistență electrică și temperatura t_C a aburului supraîncălzit după a doua rezistență electrică.

Conform metodei entalpmetrului cu două rezistențe electrice entalpia aburului umed se calculează [1], [2] cu relația

$$i_A = i_B - \frac{R_{AB}}{R_{BC}}(i_C - i_B), \tag{1}$$

în care i_B și i_C sînt entalpiile aburului supraîncălzit după prima și după a doua supraîncălzire, iar raportul rezistențelor electrice este o constantă a aparatului.

Titlul aburului umed se calculează cu relaţia

$$x_A = \frac{i_A - i'}{i'' - i'}, \tag{2}$$

în care i' şi i'' sînt entalpiile apei şi aburului la saturaţie. corespunzătoare temperaturii t_A.

Calculul entalpiei şi aburului umed se efectuează în succesiunea indicată în fig. 2, mărimile fiind exprimate în unităţi ale sistemului tehnic.

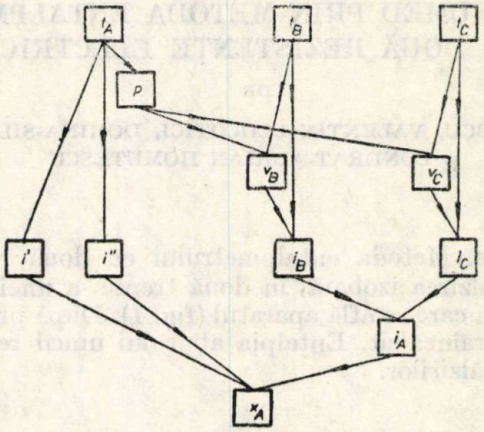


Fig. 2

2. Calculul presiunii aburului. Procesul de supraîncălzire a aburului în entalpmetru este cvasiizobar şi se desfăşoară la presiunea de saturaţie p_A corespunzătoare temperaturii t_A. Presiunea se calculează [3] cu relaţia

$$\log p_A = 0{,}0\,141\,966 - 3{,}142\,305\left(\frac{10^3}{T} - \frac{10^3}{373{,}15}\right) + \\ + 8{,}2 \log \frac{373{,}15}{T} - 0{,}0\,024\,804\,(373{,}15 - T), \tag{3}$$

care este valabilă pentru temperaturi între 0 ... 100°C, interval uzual la turbinele cu abur.

3. Calculul volumului specific al aburului. Volumele specifice ale aburului supraîncălzit v_B şi v_C, corespunzătoare presiunii p_A şi temperaturilor t_B şi t_C se calculează [3] din ecuaţia de stare a aburului supraîncălzit

$$10^4 pv - 47{,}053\,T - \frac{1}{v}\left\{63{,}2 + \frac{10\,005}{\left(\frac{T}{200}\right)^{2{,}468}} - 0{,}039\,995\,T + \frac{1}{v}\left[\frac{8{,}5046}{\left(\frac{T}{200}\right)^{2{,}468}} + \right.\right. \\ \left.\left. + \left(1 - \frac{22{,}7}{T^{0{,}5}}\right)\left(1 + 0{,}069\,v - 35{,}57 - \frac{10^{-3}}{v^3}\right)\frac{85\,104}{\left(\frac{T}{200}\right)^{5{,}936}}\right]\right\}. \tag{4}$$

4. Calculul entalpiei aburului supraîncălzit. Entalpiile aburului supraîncălzit i_B și i_C corespunzătoare presiunii p_A și temperaturilor t_B și t_C se calculează [3] cu relația

$$i = 494{,}6 + 0{,}3756\,T + 8{,}5.10^{-5}\,T^2 - \frac{1\,670}{T} - \frac{1}{v}\Bigg\{0{,}2261 + \tag{5}$$

$$+ \frac{104{,}71}{\left(\frac{T}{100}\right)^{2{,}468}} - 0{,}369.10^{-5}\,T + \frac{1}{v}\left[\frac{5{,}725.10^{-2}}{\left(\frac{T}{100}\right)^{2{,}468}} - \left(889{,}56 - \frac{21\,323}{T^{0{,}5}}\right)\left(1 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{5{,}1.10^{-3}}{v} - \frac{1{,}89\cdot 10^{-8}}{v^3}\right)\frac{1}{\left(\frac{T}{100}\right)^{5{,}936}}\right]\Bigg\}.$$

5. Calculul entalpiei aburului la saturație. Entalpia aburului la saturație i'', corespunzătoare temperaturii t_A, se calculează [3] cu relația

$$i'' = 597{,}47\,468 + 0{,}4415\,t + 1{,}8239.10^{-6}\,t^2 - \tag{6}$$

$$- 0{,}13468.10^{-0{,}036\,t} - 0{,}2389.10^{m},$$

valabilă pentru temperaturi între 0 ... 100°C și în care

$$m = 5{,}1463 - \frac{1\,540}{273{,}15 + t}. \tag{7}$$

6. Calculul entalpiei apei la saturație. Entalpia apei la sarurație i', corespunzătoare temperaturii t_A, se calculează [4] cu relațiile originale, stabilite pe baza tabelelor pentru apă și abur [3],

$$i' = 0{,}06732 + 0{,}99847\,t + \frac{0{,}00765}{64 - t^n}, \tag{8}$$

în care

$$n = 31{,}5 - 0{,}5\,t, \tag{9}$$

pentru temperaturi între 24 ... 60°C, întîlnite la ieșirea din turbinele cu condensație, sau

$$i' = 59{,}97648 + 1{,}0005\,(t - 60) + 0{,}3.10^{-3}(t - 60)^2 + \tag{10}$$

$$+ 0{,}85.10^{-6}(t - 60)^3,$$

pentru temperaturi între 60 ... 100°C, întîlnite la prizele de abur de joasă presiune ale turbinelor cu condensație.

7. Algoritm pentru calculul entalpiei și titlului aburului umed. Calculul entalpiei și titlului aburului umed cu temperaturi cuprinse între 24 ... 100°C se efectuează după algoritmul din fig. 3, bazat pe relațiile (3) ... (10). Programul de calcul a fost rulat pe calculator pentru încercările de omologare ale entalpmetrului cu două rezistențe electrice. Verificarea prin comparare cu rezultatele calculelor obișnuite, efectuate pe baza tabelelor pentru apă

și abur (vezi tabelul 1), indică diferențe neglijabile, apărute datorită preciziei calculatorului.

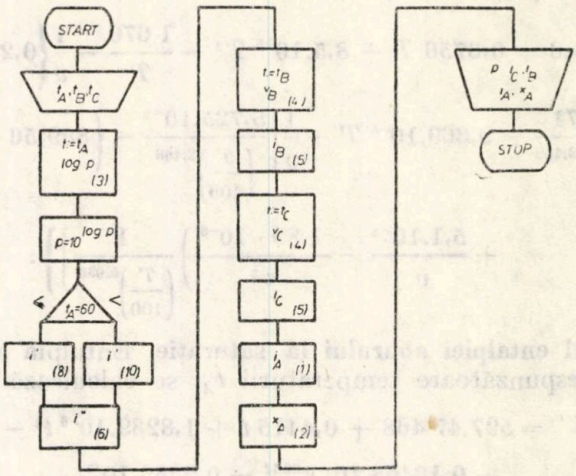


Fig. 3

Tabelul 1

Nr. crt.	Temperaturi *)			Entalpii		Titluri	
	t_A °C	t_B °C	t_C °C	tabele kcal/kg	calculator kcal/kg	tabele —	calculator —
1	52,82	55,57	83,17	598,54	599,0 651	0,964	0,96 285
2	50,52	65,06	78,92	614,43	614,6 560	0,992	0,99 205
3	50,21	63,88	76,38	615,00	615,2 428	0,993	0,99 332
4	50,21	68,90	79,91	618,54	618,7 256	0,999	0,99 944
5	46,42	58,64	86,09	600,34	600,7 813	0,972	0,97 082
6	45,91	76,00	83,93	624,34	624,5 353	1,000	1,01 279
7	46,52	55,55	71,27	608,78	608,9 584	0,985	0,98 507
8	46,47	64,30	118,65	580,94	581,2 857	0,938	0,93 664
9	46,62	56,11	94,10	590,56	591,0 296	0,954	0,95 339
10	47,03	51,62	125,60	559,08	559,5 063	0,894	0,89 803

*) Calculate după indicațiile termocuplurilor.

8. Concluzii. 1. Algoritmul prezentat permite calcularea entalpiei și titlului aburului umed la ieșirea din turbină și la prizele de joasă presiune ale turbinelor cu condensație, inclusiv prizele de termoficare urbană.

2. Algoritmul se bazează pe trei temperaturi determinate cu ajutorul entalpmetrului cu două rezistențe electrice.

3. Rezolvînd problema determinării entalpiei aburului umed la ieșirea din turbină, algoritmul oferă posibilitatea calculării pe cale directă a randamentului de joasă presiune al turbinei și randamentului întregii turbine.

4. Algoritmul oferă și posibilitatea conducerii automate a proceselor la turbina cu abur. Programul de calcul elaborat poate fi introdus ca subprogram în calculatoarele de proces de la centralele termoelectrice cu turbine cu condensație, inclusiv cele cu prize de termoficare urbană.

Primită la 25 noiembrie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanoenergetică

BIBLIOGRAFIE

1. Ursescu D., Zubcu V., *Low Pressure Wet Steam Enthalpymeter.* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *1—2*, s. IV, 89—94 (1972).
2. Ursescu D., Zubcu V., Giurcă V., *Instalație pentru determinarea entalpiei aburului saturat umed.* Brevet de invenție R.S.R., nr. *55 299.*
3. Vukalovici M. P., *Proprietățile termodinamice ale apei și ale aburului umed* (trad. din l. rusă). Ed. tehn., Buc., 1967.
4. Zubcu V., *Cercetări asupra unei noi metode de determinare a entalpiei aburului umed.* Teză de doctorat, Institutul politehnic din Iași, 1978.

ALGORITHM FOR WET STEAM ENTHALPY AND QUALITY COMPUTATION BY THE METHOD OF TWO-RESISTANCE ENTHALPYMETER

(Summary)

A computation algorithm for wet steam enthalpy and quality is presented, on the basis of measurements performed by aid of a two-resistance enthalpymeter. A computing program has been elaborated and checked on a digital computer.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. K. 621.9.015;621-5

THEORETISCHE FORSCHUNG DIE ENTFERNUNG DER FEHLER BETREFFEND BEI DER FORM DER FLÄCHEN, DURCH AUTOMATISCHE REGELUNG DES WERKZEUGMASCHINE SYSTEM

VON

GH. CAŞLER und LIVIA BRUJA

Es ist bekannt [2], [4], daß bei der Bearbeitung durch das Drehen mit der Fixierung zwischen den Spitzen, das Wert der dynamischen Regelung ist

$$A_d = y_1 + y_2 + y_3 + y_4, \tag{1}$$

wo: y_1 — das Wert der elastische Verschiebung der rotationischespindel der Werkstück, das erzeugt ist von der elastische Verschiebung der vorherigen Spitzen und nacherigen ; y_2 — das Wert der elastische Verschiebung der rotationischespindel der Werkstück unter der Wirkung durch die Verschiebung der Schnittkraft und veränderunden Starrheit ; y_3 — das Wert der elastische Verschiebung der Drehmesser durch die Elastizität der Stütze ; y_4 — die Formänderung des Drehmessers durch seine Elastizität.

Anßer der elastischen Verschiebung durch die zusammenarbeitende Arbeit der zufälligen Faktoren, bei der Bildung der Formfehler, wirkt auch systematische Faktoren. Diese sind : der Zustand der Werkzeugmaschine, die Abweichung von Senkrechte der Geradführungen, und andere.

Für die Realisierung der gegebenen Präzision der Form der Flächen, kann man die automatische Regelung der Methoden der Werkzeugmaschinen System benützen [2], [4].

Man wird, kontrolladaptive Systemen erreichen, die müssen ergenzende Informationen sichern für die Bestellung der Formflächen. Die Information wird vergleicht mit dem gegebenen Program und man fürht die Korrektion ein.

Im Abb. 1 ist gegeben die Blockschema eines Systems für die Bearbeitung mit mehreren Messern eines starrenden Spindels, in Stufen.

Die Geber *4* und *5* geben ständige Informationen über elastische Verschiebungen der vorherigen Spitzen y_a und nacherigen Spitzen y_p in der Axialfläche. Die beiden Zeichen gehen in der Addierungeinrichtung *6*, wovon zeichen $y_p - y_a$ geht in Einrichtung *7* wo er vergrößert ist mit dem Koefizient x/L. Dann das Zeichen ist im Addinungeinrichtung geschickt und erreicht man ein Zussammenzeichen $y_a + (y_p - y_a)\, x/L$.

Der Programmträger ist ein Schablon der verschiebt wird zusammen mit der Unterlage. Das Zeichen $y(x)$ ist vergleicht in vergleichende Element

9 mit dem Referenzwert *10*. Dann durch den Verstärker *11* und Ausführung *12* man fürht die Korrektion ein, durch die Veränderung der Vorschub.

Der Geber *13* mäßt die elastische Verschiebung der obenen Teil *1* der Unterlage, von einen spezialen Konstruktion, vergleichend von den unterer Teil der Unterlage. Dieses Zeichen ist vergleicht in Einrichtung *14*, vergrößert in Element *15* und durch Ausführungelement dreht der obene Teil um Spindel *3* mit dem Korrektionswinkel.

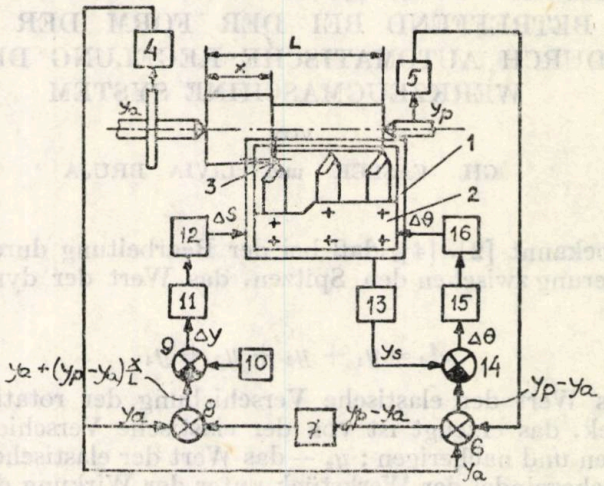


Abb. 1

Durch die Korrektur der Drehung der obenen Teil der Unterlage versichert man das Bringen des zweiten und dritten Messer zu einer gleichend Distanz von der Spindelaxe. Diese Distanz wurde von der Spitzenelastizität verändert.

Es wird eine nützliche Präzision der Form der Flächen erreicht von jedem Messer. Auch erreicht man die durchmesserende Präzision.

Eingegangen am 29. July, 1978

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl von Werkzeugmaschinen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Bruja L., Zetu D., *Cercetări teoretice privind creşterea preciziei de prelucrare pe maşini unelte prevăzute cu sistem de control activ.* Lucrările conferinţei „Tehnologii noi în construcţia de maşini", Galaţi, 1977.
2. * * * *Адаптивное управление станками.* Машиностроение, Москва, 1973.
3. Buda C., *Elemente de reglaj şi automatizare.* E.D.P., Buc., 1975.
4. Stöckman P., Schnell B. K., *Adaptive Regelung.* Werkstatt und Betrieb, *3* (1971).

CERCETĂRI TEORETICE PRIVIND ELIMINAREA ERORILOR LA FORMA SUPRAFEŢELOR PIESELOR, PE CALEA REGLĂRII AUTOMATE A SISTEMULUI MAŞINĂ-UNEALTĂ—SCULĂ—DISPOZITIV—PIESĂ

(Rezumat)

Se indică principalii factori care produc erori de formă la prelucrarea pieselor prin strunjire cu prindere între vîrfuri.

Pornind de la aceasta se prezintă principiul de lucru al unui sistem de reglare automată pentru eliminarea unor astfel de erori.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.02

O PREZENTARE UNITARĂ A UNGHIURILOR FUNCȚIONALE ALE SCULELOR AȘCHIETOARE

DE

VITALIE BELOUS

Spre deosebire de unghiurile constructive, care definesc scula ca un corp geometric independent, servind pentru reprezentarea acesteia pe desenul de execuție, pentru reglarea dispozitivelor tehnologice, mașinilor-unelte și a sculelor de ordinul II la prelucrarea suprafețelor sale active, unghiurile funcționale definesc scula în interacțiunea acesteia cu piesa prelucrată, luînd în considerație viteza instantanee a mișcării relative, modificările poziției relative, precum și unghiul de înclinare.

Atît timp cît elementele care diferențiază unghiurile constructive de cele funcționale sînt neînsemnate (V_x și V_y neglijabile în raport cu V_z, unghiul de înclinare al tăișului mic, modificări neglijabile ale poziției relative normale ale sculei în raport cu piesa și cu mașina-unealtă) unghiurile funcționale pot fi aproximate cu succes prin cele constructive, diferențele înscriindu-se în toleranțele uzuale pentru unghiuri (30′ — 2°). Dacă însă se lucrează cu avansuri mari, care înclină substanțial viteza V în raport cu V_z, ca de exemplu în cazul strunjirii filetului cu pas mare, a detalonării, a strunjirii cu vîrful mult supraînălțat etc. apar diferențe mari între unghiurile constructive și cele funcționale, diferențe care pot deveni periculoase, în special în ceea ce privește unghiurile de așezare ; în acest sens, în cele trei exemple citate, unghiurile de așezare funcționale rezultă mai mici decît cele constructive, pot căpăta valori exagerat de mici, se pot anula, sau pot deveni negative, cazuri în care procesul de așchiere devine imposibil ca urmare a interferenței dintre suprafața de așezare a sculei și suprafața de așchiere. De asemenea, în cazul unor unghiuri de înclinare foarte mari (burghie, freze elicoidale) ca urmare a schimbării substanțiale a direcției de degajare D a așchiei în raport cu normala N la tăiș, din planul feței de degajare (dată de unghiul de deviere η din fig. 1) apar diferențe mari între unghiurile de degajare funcționale și cele constructive. În astfel de cazuri, din ce în ce mai frecvente în tehnologiile moderne de prelucrare prin așchiere, pot rezulta două probleme de bază :

a) verificarea unghiurilor funcționale pentru o geometrie constructivă și pentru anumiți parametri ai mișcării și poziției relative dintre sculă și piese impuse ;

b) determinarea parametrilor geometrici constructivi astfel încît cei funcționali să capete o valoare optimă impusă pe baza principiilor optimizării parametrilor geometrici ai sculelor așchietoare.

Pentru rezolvarea primei probleme, specifice proiectării operative — de rutină, este necesară cunoașterea relațiilor explicite ale unghiurilor funcționale funcție de cele constructive și de parametrii mișcării relative,

$$\alpha_f = \alpha_f(\alpha_N,\ \lambda,\ K,\ V_x,\ V_y, V_z), \qquad \gamma_f = \gamma_f(\gamma_N,\ \lambda,\ K,\ V_x,\ V_y,\ V_z),$$
$$\lambda_f = \lambda_f(\lambda,\ K,\ V_x,\ V_y,\ V_z), \qquad K_f = K_f(K,\ \lambda,\ V_x,\ V_y).$$

Pentru rezolvarea celei de a doua probleme, specifice sintezei inginereşti a parametrilor geometrici, este necesară cunoaşterea relaţiilor explicite a unghiurilor constructive funcţie de cele funcţionale,

$$\alpha_N = \alpha_N(\alpha_f,\ \lambda,\ K,\ V_x,\ V_y,\ V_z), \qquad \gamma_N = \gamma_N(\gamma_f,\ \lambda,\ K,\ V_x,\ V_y,\ V_z),$$
$$\lambda = \lambda(\lambda_f,\ K,\ V_x,\ V_y,\ V_z), \qquad K = K(K_f,\ \lambda,\ V_x,\ V_y).$$

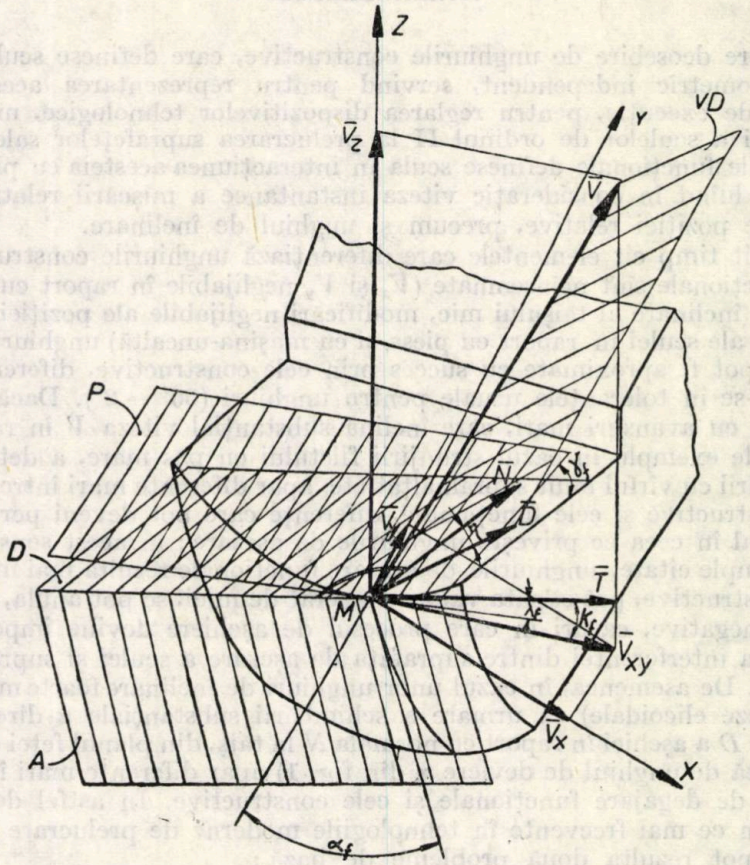


Fig. 1

Începînd cu lucrarea lui G. I. Granovski, referitoare la cinematica aşchierii [1] apărută în 1948, geometria funcţională a sculelor a fost abordată într-o serie de lucrări care contribue la definirea, studiul şi posibilităţile de calcul ale unghiurilor funcţionale ; în acest sens, se pot cita lucrarea lui N. A. Şevcenko [2] care folosind metodele geometriei analitice şi diferenţiale, stabileşte expresiile unghiurilor şi deformaţiilor funcţionale, lucrările lui P. R. Rodin [3], [4] în care prin procedee vectoriale se determină expresia deformaţiei funcţionale a unghiurilor de aşezare şi de degajare, lucrarea lui I. Petruhin [5], precum şi lucrarea lui S. Kunstetter [6], referitoare la transformările geometriei cuţitului.

În R.S.R. problema geometriei generalizate a sculelor așchietoare a fost pe larg și cu succes studiată, aspectele cinematicii așchierii fiind dezvoltate în lucrările lui Emil Botez [7], [8], cele de generalizare a parametrilor geometrici constructivi și funcționali, de lucrările lui Zoltan Duca [9], [10], [11], [12], [13], care prin procedeele geometriei analitice și diferențiale, folosind trei sisteme de referință, unul constructiv legat de scula așchietoare, unul cinematic legat de mașina-unealtă și unul funcțional legat de direcția vitezei mișcării relative, stabilește prin transformările de coordonate corespunzătoare, expresiile generale ale unghiurilor funcționale.

În cele ce urmează, folosind în linii mari definițiile elaborate de Zoltan Duca, dar prin procedee vectoriale și considerînd drept caz de maximă generalitate, cazul cînd în raport cu sistemul de referință constructiv legat de sculă, apar trei componente, V_x, V_y, V_z ale vitezei de așchiere, se determină expresiile generale ale unghiurilor funcționale de așezare, degajare, înclinare și de atac ale tăișului.

În loc de folosirea a trei sisteme de coordonate și a transformărilor corespunzătoare, se consideră că orice schimbare a poziției sculei în raport cu piesa prelucrată se soldează cu apariția unor noi componente V_x, V_y și V_z. Procedeul [14], [15], [16] prezintă avantajul unor deducții rapide și simple ale relațiilor generale, care rezultă de formă relativ simplă, prezentînd însă unele greutăți în aplicare în cazurile de complexitate ridicată. S-a optat pentru acest procedeu întrucît în marea majoritate a cazurilor de sinteză geometrică a sculelor așchietoare se întîlnesc probleme de complexitate redusă și medie.

Pentru a pregăti sinteza parametrilor geometrici constructivi trebuie deduse de asemenea expresiile explicite ale unghiurilor constructive funcție de cele funcționale și de parametrii mișcării relative.

Schemele generale folosite pînă în prezent pentru definirea unghiurilor funcționale nu sînt suficient de analitice și de intuitive [4], [17] sau nu au un grad suficient de generalitate, pentru a defini pe o aceeași schemă, unghiurile α_f, γ_f, λ_f, K_f [13]. Chiar și schema relativ generală prezentată în 1967 de autorul prezentei lucrări [14] nu permite definirea riguroasă a unghiului de degajare funcțional (neținînd seama de direcția de degajare reală a așchiei) și nici a celor de atac și de înclinare.

În cele ce urmează, se prezintă o schemă generală și unitară pentru definirea unghiurilor funcționale, funcție de componentele V_x, V_y și V_z ale mișcării în raport cu sistemul XYZ constructiv al dintelui sculei așchietoare (fig. 1).

În acest scop, este necesară folosirea următoarelor plane și direcții de referință : A — planul tangent la fața de așezare în punctul M considerat de pe tăiș ; D — planul tangent la fața de degajare în același punct ; P — planul de presiune normal la direcția vitezei relative **V** ; VD — planul în care se degajează așchia, **T** — tangenta la tăiș ; $\mathbf{V}_{xy}$ — direcția rezultantă a mișcărilor de avans ; **N** — normala în planul feței de degajare pe tăiș ; **D** — direcția de degajare a așchiei în planul feței de degajare.

În conformitate cu schema generală din fig. 1, unghiurile funcționale ale părții așchietoare se definesc în felul următor : α_f — unghiul de așezare funcțional, este unghiul dintre direcția vitezei mișcării relative dintre sculă și piesa **V** și planul A tangent la fața de așezare ; γ_f — unghiul de degajare funcțional, este unghiul dintre planul de presiune P și planul tangent la fața de degajare D, măsurat în planul VD de degajare a așchiei ; λ_f — unghiul de înclinare funcțional, este unghiul dintre tangenta **T** în punctul

M de pe tăiș și planul de presiune P; K_f — unghiul de atac funcțional este unghiul dintre direcția V_{xy} rezultantă a mișcărilor de avans și tangenta **T** la tăiș.

În conformitate cu schema generală, vectorial, expresiile unghiurilor funcționale se vor determina pe baza următoarelor relații de bază:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha_f\right)=\sin\alpha_f=\frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{N}_a}{VN_a},\quad \sin\gamma_f=\frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{D}}{VD},\quad \cos K_f=\frac{\mathbf{V}_{xy}\cdot\mathbf{T}}{V_{xy}T},\quad \sin\lambda_f=\frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{T}}{VT},$$

în care, în afara notațiilor cunoscute, $\mathbf{N}_a$ este versorul normal pe fața de așezare, definit ca un produs a doi versori conținuți în planul tangent la fața de așezare în punctul M dat (al versorului **T** cu un versor de la intersecția feței de așezare cu un plan secant normal, transversal sau longitudinal).

Exprimîndu-se vectorii din relație prin proiecțiile rectangulare și versorii rectangulari corespunzători, se pot găsi cu ușurință relațiile explicite ale unghiurilor funcționale, funcție de cele constructive și de parametrii mișcării **V**.

Concluzii. 1. S-a elaborat o schemă generală analitică și intuitivă pentru definirea riguroasă a principalelor unghiuri funcționale α_f, γ_f, λ_f și K_f.

2. Schema este valabilă pentru orice sculă aşchietoare, cu condiția asocierii corecte cu dintele a sistemului XYZ și a componentelor V_x, V_y, V_z.

Primită la 15 noiembrie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Грановски Г. И., *Кинематика резания*. Машгиз, М., 1948.
2. Севченко Н. А., *Геометрические параметры режущеи кромки инструментов и сечения среза*. Машгиз, М., 1957.
3. Родин П. Р., *Основы теории проектирования режущих инструментов*. Машгиз, М., 1960.
4. Родин П. Р., *Проектирование и производство режущего инструмента*. Машгиз, Москва — Киев, 1962.
5. Петрухин И., *Основы проектирования режущеи чясти инструментов*. Машгиз, М., 1961.
6. Kunstetter S., Mechanica (RPP), *5* (1958).
7. Botez E., *Cinematica mașinilor-unelte*. Ed. tehn., Buc., 1961.
8. Botez E., *Bazele generării suprafețelor pe mașinile-unelte*. Ed. tehn., Buc., 1966.
9. Duca Z., Metalurgia și construcția de mașini, *8* (1961).
10. Duca Z., Metalurgia și construcția de mașini, *11* (1961).
11. Duca Z., Metalurgia și construcția de mașini, *1* (1963).
12. Duca Z., Construcția de mașini, *4* (1967).
13. Duca Z., *Teoria sculelor aşchietoare*. Ed. tehn., Buc., 1968.
14. Belous V., *Proiectarea sculelor* (I). Inst. polit. Iași, 1968.
15. Belous V., Cozmîncă M., Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *3—4*, s. IV (1971).
16. Belous V., Lucrările ses. șt. Botoșani, 27 mai 1978, p. 48.
17. * * * *Aşchierea și scule aşchietoare*. STAS, 6 599—71.

UNE PRÉSENTATION UNITAIRE DES ANGLES FONCTIONNELS DE L'OUTIL DE COUPE

(Résumé)

On présente un schéma unitaire et les définitions les plus générales des angles fonctionnels de l'outil de coupe.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.923

CERCETĂRI TEORETICO-EXPERIMENTALE ASUPRA FORȚELOR TANGENȚIALE ÎN PROCESELE DE RECTIFICARE ELECTROCHIMICĂ-ABRAZIVĂ CU APĂSARE CONSTANTĂ

DE

N. GHERGHEL, BORIS P LĂHTEANU, D. ZU și GH. LUNGU

1. Introducere. Utilizarea ascuțirii electrochimice-abrazive, ca principală aplicație a rectificării electrochimice-abrazive, constituie una din importantele tendințe în tehnologia de execuție și în exploatarea sculelor așchietoare, în special armate cu plăcuțe din aliaje dure sinterizate (carburi metalice).

Extinderea utilizării acestei tehnologii se datorește performanțelor atinse, performanțe care sînt, deja, bine cunoscute. Însă, înaltele performanțe ale procesului de rectificare electrochimică-abrazivă sînt, în mod direct, legate de exploatarea rațională a instalațiilor specifice și, în primul rînd, de utilizarea unor condiții optime de lucru.

În vederea optimizării principalelor condiții de lucru la rectificarea electrochimcă-abrazivă cu apăsare constantă, în cadrul Catedrei de mașini-unelte și scule a Institutului politehnic din Iași, a fost elaborat un model matematic, pe baza teoriei programării matematice, model prezentat în lucrările [4], [5]. Pentru ca modelul elaborat să poată fi utilizat, este necesară determinarea modelelor matematice ale criteriilor de apreciere a performanțelor procesului, ce intervin în structura modelului de optimizare.

Această lucrare prezintă rezultatele cercetărilor privind determinarea modelului matematic pentru forța tangențială P_T [daN], care exprimă dependența acesteia de principalele condiții de lucru ale procesului și anume : densitatea de curent i [A/cm^2] ; presiunea de contact p [daN/cm^2] ; viteza discului abraziv v [m/s] ; avansul longitudinal s_1 [c.d/min] ; înălțimea suprafeței de contact semifabricat (sculă de ascuțit) - disc abraziv h [mm].

De asemenea, se prezintă și influența acestor condiții de lucru asupra forței tangențiale P_T.

Oportunitatea acestor cercetări este justificată de faptul că literatura de specialitate consultată nu oferă un asemenea model și nici cercetări sistematice privind influența condițiilor de lucru specificate asupra forțelor tangențiale.

Astfel, influența densității de curent asupra forței tangențiale a fost determinată, pe cale teoretică și experimentală, de către C o l e și B e c k e r-

Barbrock [2]. Aspecte ale influenţei intensităţii şi tensiunii curentului continuu precum şi a avansului longitudinal asupra forţelor tangenţiale sînt cuprinse în lucrarea publicată de Abasov şi Tereşcenko [1]. În aceeaşi lucrare [1] sînt propuse o serie de modele matematice simple pentru forţa tangenţială de aşchiere, de forma:

$$P_T = P_T(I), \quad P_T = P_T(U), \quad P_T = P_T(s_1).$$

2. Elaborarea modelului matematic. Pentru dependenţa $P_T = P_T(i, p, v, s_1, h)$, s-a propus o funcţie politropică de forma

$$P_T = P_T\, i^{\alpha_{P_T}} p^{\beta_{P_T}} v^{\gamma_{P_T}} s_1^{\varphi_{P_T}} h^{\xi_{P_T}}, \tag{1}$$

avînd în vedere alura curbelor obţinute pe cale experimentală, precum şi faptul că aceste funcţii s-au impus în teoria aşchierii metalelor din motive întemeiate.

Pentru identificarea parţială a funcţiei (1) s-a utilizat metoda celor mai mici pătrate, ca fiind cea mai răspîndită metodă de aproximare matematică.

În vederea aplicării metodei s-a organizat un experiment după o metodă optimizată de cercetare şi anume metoda experimentului multifactorial activ programat, de tipul compozitiv-rotabil parţial (de ordinul doi la trei nivele) [8] etc.

Determinările experimentale au fost efectuate la Întreprinderea de rulmenţi Bîrlad pe o maşină de tip „Agathon 175-DE", la care s-a ataşat un variator de turaţie cu curele late pentru modificarea vitezei discului abraziv, precum şi un transformator-redresor cu reglaj mai fin decît cel original al maşinii. Maşina a fost echipată cu un disc cu diamant 125-25-2 D 151-EN-75, fabricat la I.M.F. Bucureşti, iar soluţia de electrolit a avut compoziţia: 60 l apă încălzită la 70°C; 4,160 kg azotat de sodiu şi 1,800 kg sodă calcinată. Drept epruvete s-au utilizat plăcuţe aşchietoare din carburi metalice sinterizate — UMF Bucureşti din grupele de utilizare P 10, P 20, P 30, forma S.P.G.N. 12.03.12. Plăcuţele au fost prinse într-un suport special construit, instalat pe partea de orientare-strîngere a unui dispozitiv special conceput pentru realizarea apăsării constante şi pentru măsurarea forţei normale reale [7]. Dispozitivul pentru realizarea apăsării constante a fost necesar, deoarece maşina pe care s-au făcut cercetările lucrează cu adîncime de aşchiere (avans transversal) constantă.

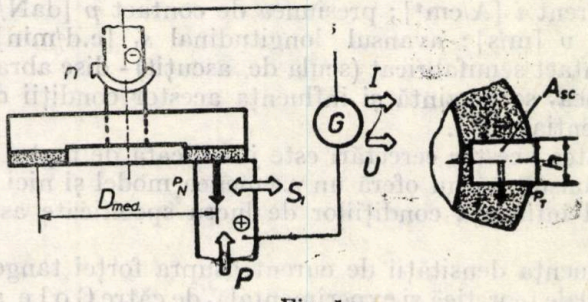


Fig. 1

Măsurarea forțelor tangențiale s-a realizat cu ajutorul unui dinamometru tensometric tridirecțional conceput și realizat în cadrul Catedrei de mașini-unelte și scule a Institutului politehnic Iași [3].

Schema de prelucrare utilizată, cu partea frontală a discului abraziv de tip oală (fig. 1), este specifică ascuțirii pe suprafața de degajare a cuțitelor profilate, utilizate mult în producția de rulmenți.

Pentru recoltarea unor date comparabile, s-a utilizat metodologia de prelucrare în condiții de contact constante [6].

După prelucrarea datelor experimentale, conform metodologiei generale expuse, s-au obținut următoarele modele matematice pentru forța tangențială P_T:

a) pentru aliaje dure din grupa de utilizare P 10:

$$P_T = 1{,}066 \frac{p^{0{,}85}\, s_1^{0{,}29}\, h^{0{,}05}}{i^{0{,}36}\, v^{0{,}04}} \quad [\text{daN}]; \tag{2}$$

b) pentru aliaje dure din grupa de utilizare P 20:

$$P_T = 1{,}011 \frac{p^{0{,}83}\, s_1^{0{,}33}\, h^{0{,}07}}{i^{0{,}35}\, v^{0{,}07}} \quad [\text{daN}]; \tag{3}$$

c) pentru aliaje dure din grupa de utilizare P 30:

$$P_T = 1{,}445 \frac{p^{0{,}66}\, s_1^{0{,}24}\, h^{0{,}06}}{i^{0{,}26}\, v^{0{,}06}} \quad [\text{daN}]. \tag{4}$$

Adecvanța modelelor (2), (3), (4) a fost testată cu ajutorul criteriului Fischer [8].

Pentru determinarea influenței condițiilor de lucru luate în studiu, asupra forței tangențiale, din relațiile (2), (3), (4), s-au extras ecuații de forma

$$P_T = P_T(i),\ P_T = P_T(p),\ P_T = P_T(v),\ P_T = P_T(s_1),\ P_T = P_T(h). \tag{5}$$

Atît pentru determinarea constantelor și exponenților din relațiile (2), (3), (4), cît și pentru analiza de adecvanță, precum și pentru trasarea curbelor descrise de relațiile de forma (5), s-a utilizat un program în limbaj FORTRAN, rulat pe calculatorul Felix C 256 în cadrul Centrului de calcul al Universității „Al. I. Cuza" din Iași.

3. Influența principalelor condiții de lucru asupra forțelor tangențiale. Pentru studiul influenței principalelor condiții de lucru asupra forțelor tangențiale la rectificarea electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă, în fig. 2 ... 6 s-au trasat curbele descrise de relațiile de forma (5), pentru aliajele dure din cele trei grupe de utilizare luate în studiu, P 10, P 20, P 30.

Din analiza curbelor din fig. 2 ... 6 precum și a relațiilor (2), (3), (4), se desprind cîteva concluzii importante și anume:

1. Forțele tangențiale au valori foarte mici și deci puterea consumată de componenta abrazivă a procesului este mică, și, ca atare, instalațiile pentru rectificarea electrochimică-abrazivă necesită motoare de mică putere pentru antrenarea arborelui port-disc abraziv.

2. Deoarece forțele tangențiale depind, în mod direct, de forțele normale, dependența forțelor tagențiale de condițiile de lucru luate în studiu are același aspect ca și dependența forțelor normale, fapt confirmat atît de modelele matematice obținute, cît și de curbele ce dau dependențele respective.

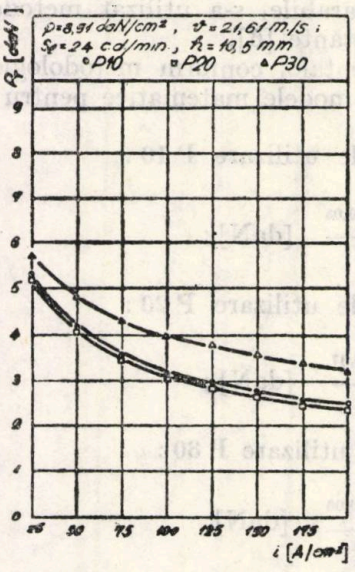


Fig. 2

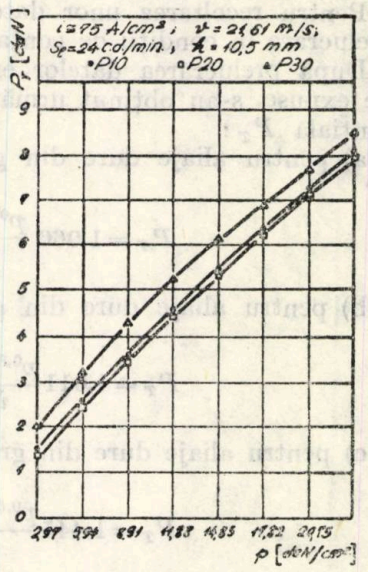


Fig. 3

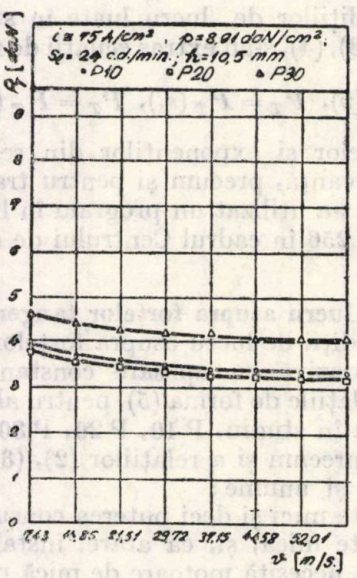


Fig. 4

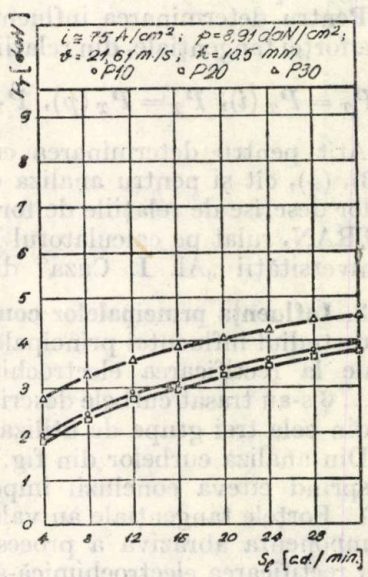


Fig. 5

3. Diferenţele între valorile forţelor tangenţiale pentru aliajele dure din cele trei grupe de utilizare luate în studiu (P 10, P 20, P 30), trebuie puse pe seama compoziţiei chimice diferite a acestora şi în special a conţinutului de carbură de wolfram (WC) şi a conţinutului de cobalt.

4. Cea mai mare influenţă asupra forţelor tagenţiale o are presiunea de contact p dintre discul abraziv şi semifabricatul de prelucrat (scula de ascuţit). O influenţă însemnată are şi densitatea de curent i precum şi avansul longitudinal s_1.

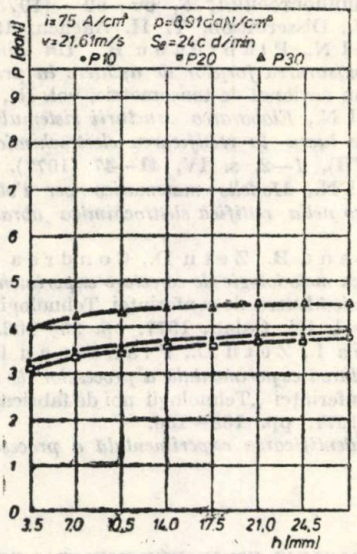


Fig. 6

5. Alura curbelor ce descriu dependenţa forţelor tangenţiale de condiţiile de lucru luate în studiu, se poate explica, cu uşurinţă, dacă se ţine seama că procesul de rectificare electrochimică abrazivă are două componente şi anume o componentă electrochimică şi una abrazivă, a căror pondere se modifică la schimbarea uneia sau alteia din respectivele condiţii de lucru.

6. Dependenţa forţelor tangenţiale de densitatea de curent i concordă cu cea publicată de Cole şi Becker-Barbrock [2], iar dependenţa acestor forţe de avansul longitudinal, concordă cu cea obţinută de Abasov şi Tereşcenko [1].

7. Forţele tagenţiale şi deci puterea consumată de componenta abrazivă a procesului, au valori suficient de mari, fapt ce justifică restricţia legată de puterea motorului de antrenare a discului abraziv, rezultată din modelul matematic propus pentru optimizarea principalelor condiţii de lucru la rectificarea electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă [4], [5].

8. Concluziile desprinse din analiza rezultatelor cercetărilor teoretico-experimentale referitoare la forţele tangenţiale, trebuie avute în vedere atît

în proiectarea cît și în exploatarea instalațiilor de rectificare (ascuțire) electrochimică-abrazivă.

Primită la 6 iunie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini - unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Абасов В. А., Терещенко Л. М., *Силы резания при электролитическом альмазном шлифовании чящечиным кругом специяльном конструкчии.* Вест. машиностоения, *8*, 66—69 (1975).
2. Becker-Barbrock U., Dissertation, T. H. Aachen, 1966.
3. Caşler Gh., Gherghel N., Plăhteanu B., *Un dinamometru tensometric tridirecțional pentru măsurarea forțelor de așchiere în procesele de abrazare.* Lucrările primului simpozion național de tensometrie, vol. III, Iași, 1977, pp. 153—162.
4. Caşler Gh., Gherghel N., *Elaborarea structurii sistemului pentru optimizarea principalelor condiții de lucru la rectificarea electrochimică-abrazivă.* Bul. Inst. polit. Iași, XXII (XXVII), *1—2*, s. IV, 41—47 (1977).
5. Caşler Gh., Gherghel N., *Modello matematico per l'ottimizzazione delle principali condizioni di lavoro nella rettifica elettrochimica abrasiva.* Macchine, *9*, 137—144 (1977).
6. Gherghel N., Plăhteanu B., Zetu D., Condrea I., *Prelucrarea în condiții de contact constante, ca metodologie de cercetare experimentală a proceselor de rectificare electrochimică-abrazivă.*Lucrările conferinței,,Tehnologii noi de fabricație în construcția de mașini", vol. III, Galați, 1977, pp. 99—102.
7. Gherghel N., Condrea I., Zetu D., Plăhteanu B., *Dispozitiv cu apăsare constantă pentru cercetarea experimentală a proceselor de rectificare electrochimică-abrazivă.* Lucrările conferinței „Tehnologii noi de fabricație în construcția de mașini", vol. II, Galați, 1977, pp. 133—136.
8. Penescu C. și colab., *Identificarea experimentală a proceselor automatizate.* Ed. tehn., Buc., 1971.

RECHERCHES THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES SUR LES FORCES TANGENTIELLES DANS LES PROCESSUS DE RECTIFICATION ÉLECTROCHIMIQUE-ABRASIVE AVEC PRESSION CONSTANTE

(Résumé)

On présente un modèle mathématique des forces tangentielles dans les processus de rectification électrochimique abrasive avec pression constante des alliages durs sintérisées de groupes d'utilisation P 10, P 20 et P 30, et aussi l'influence des principales conditions de travail sur les forces tangentielles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.01

ANALIZA STRUCTURII ELASTICE A MAȘINILOR UNELTE PRIN METODA GRAFURILOR

DE

COSTACHE DRUȚU și SILVIA DRUȚU

Comportarea dinamică a mașinilor-unelte depinde în mare măsură de structura lor elastică. Pentru îmbunătățirea comportării la oscilații forțate a structurii elastice și pentru creșterea stabilității sistemului mașină—produs așchiere este necesar ca structura elastică să prezinte moduri de oscilație cît mai rigide și amortizate și totodată este necesar ca răspunsul armonic W al structurii, între forța ce imită forța de așchiere și deplasarea relativă disc—piesă, să aibă module mici la defazări peste $-90°$.

Caracteristicile modurilor proprii de vibrație depind de masele sistemului, rezemarea acestora, rigiditățile și amortizările rezemării, cuplările dintre diferitele deplasări sau rotații. Cauzele care determină module mari la defazări între $-90°$ și $-270°$ se consideră a fi: existența unor moduri de vibrație cu rigiditate dinamică „negativă" și legăturile interne între diferitele deplasări ale sistemului.

Concluzii utile pentru proiectarea și cercetarea structurii elastice se pot desprinde numai printr-o modelare cît mai completă a acesteia.

Una dintre metodele cele mai potrivite pentru analiza comportării unui sistem dinamic complex este metoda grafurilor pe care autorii o vor utiliza în cele ce urmează. Metodica de cercetare cuprinde elemente comune cu cele ale schemelor bloc utilizate în automatică și ale impedanțelor mecanice pentru sisteme complexe.

O structură mecanică, oricît de complicată, poate fi descompusă în subsisteme și acestea la rîndul lor în celule formate din cîte două moduri de deplasare.

În continuare sînt prezentate moduri de legături între mișcări, esențiale pentru structura mașinilor-unelte, la care autorii întocmesc grafuri ce pot fi asociate.

În fig. 1 *a* este reprezentată o celulă formată din două mase, acționate simultan de forța F. Cele două moduri de vibrații nu sînt cuplate. Celula corespunzătoare din graful de fluență este reprezentată în fig. 1 *b*.

Ecuațiile diferențiale ce descriu mișcările celor două elemente sînt

$$(1)\qquad \begin{cases} m_1\ddot{y}_1 + c_1\dot{y}_1 + k_1 y_1 = F, \\ m_2\ddot{y}_2 + c_2\dot{y}_2 + k_2 y_2 = F, \end{cases}$$

iar în transformata Laplace

$$(2)\qquad \begin{cases} (m_1 s^2 + c_1 s + k_1) Y_1 = F, \\ (m_2 s^2 + c_2 s + k_2) Y_2 = F. \end{cases}$$

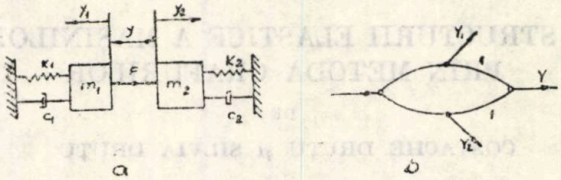


Fig. 1

Din sistemul de ecuații (2) rezultă transmitanțele celor două laturi ale grafului:

$$(3)\qquad t_{FY_1} = \frac{Y_1}{F} = \frac{1}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1}, \qquad t_{FY_2} = \frac{Y_2}{F} = \frac{1}{m_2 s^2 + c_2 s + k_2}.$$

Transmitanța totală a unui graf este dată de formula lui M a s o n [5]

$$(4)\qquad T = \frac{(C_1 + C_2 + \ldots + C_m)(1 - B_1)(1 - B_2)\ldots(1 - B_m)^*}{(1 - B_1)(1 - B_2)\ldots(1 - B_m)^*},$$

unde C_i reprezintă căile, B_i — buclele, iar asteriscul indică eliminarea produselor de bucle sau căi adiacente.

Pentru graful din fig. 1 *b* cu două căi, fără bucle, transmitanța totală este

$$(5)\qquad T_{FY} = \frac{Y}{F} = t_{FY_1} + t_{FY_2} = \frac{1}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1} + \frac{1}{m_2 s^2 + c_2 s + k_2}.$$

Dacă sarcinile F sînt sinusoidale, deci pentru oscilații forțate, răspunsul armonic al sistemului este

$$(6)\qquad T_{FY}(j\omega) = \frac{1}{-m_1\omega^2 + jc_1\omega + k_1} + \frac{1}{-m_2\omega^2 + jc_2\omega + k_2}.$$

Răspunsul armonic poate fi determinat și prin compunerea vectorială a celor două răspunsuri armonice componente, ca în fig. 2.

În fig. 3*a* este reprezentat modelul mecanic al unei mase cu două mișcări oscilante rectilinii; sistemul de ecuații care descrie mișcarea masei m este

$$(7)\qquad \begin{cases} m\ddot{q} + c_q\dot{q} + k_q q = F\sin(\alpha + \beta), \\ m\ddot{p} + c_q\dot{p} + k_q p = -F\cos(\alpha + \beta). \end{cases}$$

Sistemului mecanic din fig. 3 *a* i se poate asocia graful din fig. 3 *b*, pe care sînt notate și transmitanțele laturilor.

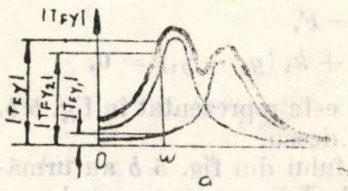


Fig. 2

Transmitanța totală a grafului este

$$T_{FY} = \frac{Y}{F} = t_{FPY} + t_{FQY} =$$

$$= -\frac{\cos(\alpha+\beta)\sin\beta}{ms^2 + c_p s + k_p} + \tag{8}$$

$$+\frac{\sin(\alpha+\beta)\cos\beta}{ms^2 + c_q s + k_q}.$$

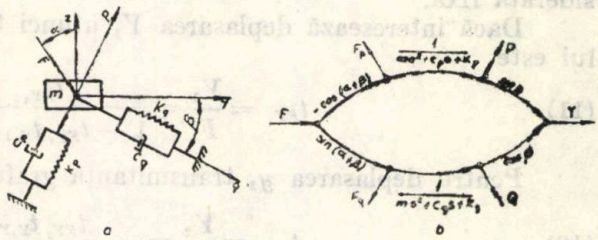


Fig. 3

Pentru forțe F sinusoidale, răspunsul armonic al sistemului este

$$T_{FY}(j\omega) = -\frac{\cos(\alpha+\beta)\sin\beta}{-m\omega^2 + jc_p\omega + k_p} + \frac{\sin(\alpha+\beta)\cos\beta}{-m\omega^2 + jc_q\omega + k_q}. \tag{9}$$

După cum se observă, răspunsul armonic global este o combinație liniară a vectorilor răspunsurilor armonice ale celor două moduri de deplasare. În această combinație, cele două moduri pot intra cu semne diferite, ca în fig. 4.

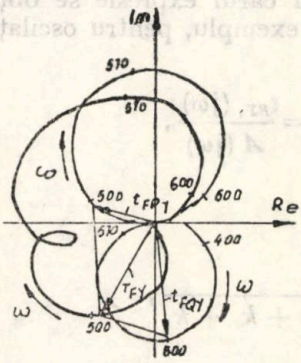


Fig. 4

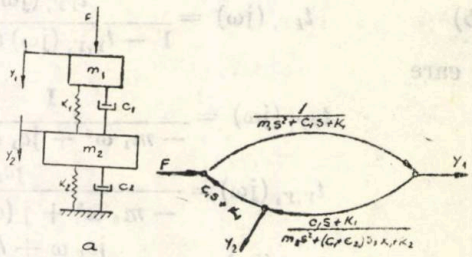


Fig. 5

În fig. 5 *a* s-a reprezentat o celulă formată din două mase cu mișcări cuplate prin rezemare reciprocă; ecuațiile diferențiale care descriu mișcările lor sînt

$$(10)\qquad \begin{cases} m_1 \ddot{y}_1 + c_1 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_1 (y_1 - y_2) = F, \\ m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 + k_2 y_2 + c_1 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_1 (y_2 - y_1) = 0, \end{cases}$$

iar graful asociat sistemului mecanic din fig. 5 *a* este reprezentat în fig. 5 *b*.

Transmitanțele laturilor sînt cele de pe desen.

Se observă că transmitanțele laturilor grafului din fig. 5 *b* au următoarele semnificații: t_{FY} – transmitanța între deplasarea y_1 a masei m_1, și forța perturbatoare F, considerînd suportul m_2 fix; $t_{Y_2Y_1}$ – transmitanța între deplasarea y_2 și y_1, considerînd rezemarea totală a masei m_2; t_{Y_2F} – transmitanța între deplasarea y_2 și forța provocată asupra masei m_1, considerată fixă.

Dacă interesează deplasarea Y_1 atunci transmitanța totală a grafului este

$$(11)\qquad t_{FY_1} = \frac{Y_1}{F} = \frac{t_{FY_1}}{1 - t_{FY_1} t_{Y_1Y_2} t_{Y_2F}}.$$

Pentru deplasarea y_2 transmitanța grafului este

$$(12)\qquad t_{FY_2} = \frac{Y_2}{F} = \frac{t_{FY_1} t_{Y_1Y_2}}{1 - t_{FY_1} t_{Y_1Y_2} t_{Y_2F}}.$$

Se observă că în cîștigul buclei dat de $t_{PY_1} t_{Y_1Y_2} t_{Y_2P}$, produsul t_{Y_2P} t_{PY_1} reprezintă transmitanța $t_{Y_1Y_2}$ între deplasarea y_2 a bazei și deplasarea y_1 a masei m_1, deci

$$(13)\qquad t_{FY_1} = \frac{Y_1}{F} = \frac{t_{FY_1}}{1 - t_{Y_1Y_2} t_{Y_2Y_1}}$$

și

$$(14)\qquad t_{FY_2} = \frac{Y_2}{F} = \frac{t_{FY_1} t_{Y_1Y_2}}{1 - t_{Y_1Y_2} t_{Y_2Y_1}}.$$

Caracterizarea oscilațiilor forțate datorate unor forțe F sinusoidale este dat de răspunsul armonic al sistemului, a cărui expresie se obține din (13) sau (14) prin înlocuirea lui s cu $j\omega$. De exemplu, pentru oscilațiile forțate după y_1, răspunsul armonic este

$$(15)\qquad t_{FY_1}(j\omega) = \frac{t_{FY_1}(j\omega)}{1 - t_{Y_1Y_2}(j\omega)\, t_{Y_2Y_1}(j\omega)} = \frac{t_{FY_1}(j\omega)}{A(j\omega)},$$

în care

$$t_{FY_1}(j\omega) = \frac{1}{-m_1\omega^2 + jc_1\omega + k_1},$$

$$t_{Y_1Y_2}(j\omega) = \frac{jc_1\omega + k_1}{-m_2\omega^2 + j(c_1 + c_2)\omega + k_1 + k_2},$$

$$t_{Y_2Y_1}(j\omega) = \frac{jc_1\omega + k_1}{-m_1\omega^2 + jc_1\omega + k_1}.$$

Forma răspunsurilor armonice $t_{FY_1}(j\omega)$, $t_{Y_1Y_2}(j\omega)$ și $t_{Y_1Y_1}(j\omega)$ poate fi determinată după metoda micilor oscilații ale sistemelor cu un grad de libertate.

În fig. 6 *a* este reprezentat un răspuns armonic tipic pentru $t_{FY}(j\omega)$ iar în fig. 6 *b* pentru $t_{YY}(j\omega)$.

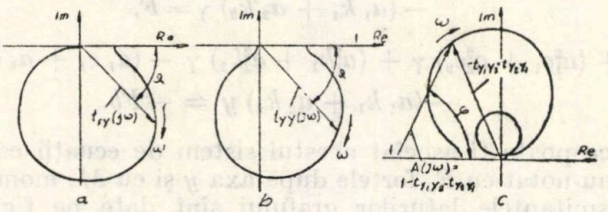


Fig. 6

Analiza comportării unui sistem, ca în fig. 5 *a*, în care o masă oscilantă este rezemată pe un suport de asemenea oscilant, poate fi făcută considerînd modificările produse asupra răspunsului armonic t_{FY_1} al căii directe, răspuns ce caracterizează mișcările masei m_1 pe un suport fix. Aceste modificări, datorate reacției prin suportul mobil, sînt determinate de numărul complex $A(j\omega)$ de la numitorul răspunsului armonic (15) al întregului sistem. În fig. 6 *c* este reprezentată construcția grafică pentru determinarea vectorului asociat numărului complex $A(j\omega)$.

Răspunsul armonic (15) al întregului sistem se determină prin împărțirea vectorului t_{FY_1} la vectorul $A(j\omega)$. În acest fel oscilațiile masei rezemate pe suport fix vor fi mai mari sau mai mici la rezemarea pe suport oscilant, după cum modulul $A(j\omega)$ este subunitar sau supraunitar. Faza răspunsului întregului sistem se determină prin scăderea din faza răspunsului t_{FY_1} a fazei vectorului $A(j\omega)$. Valorile pozitive ale fazei vectorului $A(j\omega)$ provoacă defazări mai mari ale răspunsului total. Aceasta poate fi o cauză a modulilor mari ai răspunsului armonic total al defazării peste $-90°$, iar în prezența rigidităților „negative" și peste $-180°$, adică intersectarea în domeniul numerelor reale negative.

În fig. 7 *a* s-a reprezentat modelul mecanic al unui arbore cu mișcări oscilante de translație după y și rotație după γ cuplate. Ecuațiile care

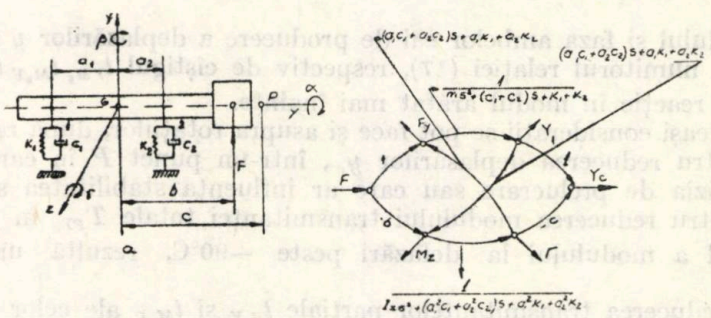


Fig. 7

descriu mișcarea arborelui, într-un sistem de coordonate cu originea în poziția de repaos a centrului de greutate G și axele x, y, z orientate după axele principale de inerție, sînt:

$$(16)\quad \begin{cases} m\ddot{y} + (c_1 + c_2)\,\dot{y} + (k_1 + k_2)\,y - (a_1 c_1 + a_2 c_2)\,\dot{\gamma} - \\ \qquad - (a_1 k_1 + a_2 k_2)\,\gamma = F, \\ I_z\ddot{\gamma} + (a_1^2 c_1 + a_2^2 c_2)\,\dot{\gamma} + (a_1^2 k_1 + a_2^2 k_2)\,\gamma - (a_1 c_1 + a_2 c_2)\,\dot{y} - \\ \qquad - (a_1 k_1 + a_2 k_2)\,y = -Fb. \end{cases}$$

Graful ce poate fi asociat acestui sistem de ecuații este reprezentat în fig. 7 *b*. S-au notat cu F_y forțele după axa y și cu M_z momentele în jurul axei z. Transmitanțele laturilor grafului sînt date pe figură.

Transmitanțele totale ale grafului, pentru deplasarea y și rotația γ, sînt

$$(17)\quad T_{FY} = \frac{Y}{F} = \frac{t_{F_yY} - bt_{M_z\Gamma}\,t_{F_yY}\,t_{F_yY}}{1 - t_{YM_z}\,t_{M_z\Gamma}\,t_{\Gamma F_y}\,t_{F_yY}}$$

și

$$(18)\quad T_F = \frac{\Gamma}{F} = \frac{-bt_{M_z\Gamma} + t_{F_yY}\,t_{YM_z}\,t_{M_z\Gamma}}{1 - t_{YM_z}\,t_{M_z\Gamma}\,t_{\Gamma F_y}\,t_{F_yY}}.$$

Dacă interesează deplasarea y_c a unui punct oarecare P aflat la distanța c de centrul de greutate, atunci utilizînd graful din fig. 7 *c* se poate scrie

$$(19)\quad T_{FY_c} = \frac{Y_c}{F} = T_F - c\,T_{F\Gamma}.$$

Răspunsul armonic al acestui sistem poate fi determinat, așa cum s-a mai arătat, prin înlocuirea $s = j\omega$ în transmitanța totală dată de (19).

Din relația (17) se observă că deplasarea y a centrului G de greutate este rezultatul compunerii oscilației pe direcția y a arborelui, datorită acțiunii directe a forței F, cu oscilația pe aceeași direcție provocată de rezultanta forțelor din punctele de contact datorate oscilației torsionale după γ.

Modulul și faza ambelor căi de producere a deplasărilor y sînt influențate de numitorul relației (17), respectiv de cîștigul $t_{YM_z}\,t_{M_z\Gamma}\,t_{\Gamma F_y}\,t_{F_yY}$ al buclei de reacție în modul arătat mai înainte.

Aceleași considerații se pot face și asupra rotațiilor, după relația (18).

Pentru reducerea deplasărilor y_c, într-un punct P în care ar interesa precizia de prelucrare sau care ar influența stabilitatea sistemului, adică pentru reducerea modulului transmitanței totale T_{FY_c} în general și în special a modulului la defazări peste $-90°$C, rezultă următoarele mijloace:

a) reducerea transmitanțelor parțiale t_{F_yY} și $t_{M_z\Gamma}$ ale celor două moduri de oscilație prin creșterea rigidității și amortizării rezemărilor;

b) reducerea cuplajului dintre cele două moduri de oscilație prin alegerea judicioasă a amplasării punctelor de reazem față de centrul de greutate ; alegerea rigidităților și amortizărilor lagărelor astfel încît $a_1 c_1 + a_2 c_2$ și $a_1 k_1 + a_2 k_2$ să fie cît mai mici ;

c) îndepărtarea relativă a modurilor de oscilație astfel încît transmitanțele parțiale $t_{F_y Y}$ și $t_{M_z \Gamma}$ să nu aibă valori maxime simultan, la aceeași frecvență.

Primită la 5 martie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Balabanian N., Bickart T., *Teoria modernă a circuitelor* (trad. din l. engleză). Ed. tehn., Buc., 1974.
2. Bartalucci B., Lisini G. G., *Grinding Process Instability.* Trans. ASME (August 1965).
3. Berge C., *Teoria grafurilor și aplicațiile ei* (trad. din l. franceză). Ed. tehn., Buc., 1964.
4. Druțu C., *Cercetări teoretice și experimentale pentru determinarea rezervei de stabilitate la rectificarea cilindrică.* Lucrările sesiunii științifice din domeniul construcției de mașini a I. M. Nicolina și Facultății de mecanică a Inst. politehnic Iași, 1974.
5. Druțu C., *Contribuții la studiul și experimentarea parametrilor care determină precizia sistemului dinamic la rectificarea inelelor de rulmenți.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1976.
6. Tominari N., Seto K., *Analitical Method in Machine Tools Vibration. Method for Analogue Computer.* Bull. JSME, 14, 71 (May 1971).

ANALYSE DE LA STRUCTURE ÉLASTIQUE DES MACHINES-OUTIL PAR LA MÉTHODE DES GRAPHES

(Résumé)

En utilisant la méthode des graphes pour étudier le comportement dynamique des machines-outil on déduit des conclusions utiles pour le calcul de leur structure élastique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 421.9.02

CONTRIBUȚII LA SINTEZA UNGHIURILOR DE AȘEZARE CONSTRUCTIVE OPTIME

DE

VITALIE BELOUS

1. Introducere. Unghiurile constructive ale sculelor așchietoare, necesare atît reprezentării acestora în desenele de execuție, cît și în reglarea dispozitivelor tehnologice, stabilirea sculelor de ordinul II și amplasarea relativă a acestora în raport cu sculele proiectate, se optimizează indirect, prin optimizarea prealabilă a unghiurilor funcționale.

Marea majoritate a valorilor optime medii pentru unghiurile funcționale, prezentate în literatura de specialitate, au fost determinate experimental, pentru scheme de așchiere în care geometria funcțională poate fi aproximată cu suficientă precizie prin cea constructivă.

În cazurile însă în care elementele care diferențiază geometria constructivă de cea funcțională (componentele V_x și V_y ale mișcării de așchiere, unghiul de înclinare constructiv λ, abaterea poziției sculei în raport cu piesa, față de cea normală) sînt importante, este necesar să se calculeze unghiurile constructive pe baza optimizării prealabile a unghiurilor funcționale.

Pentru aceasta, sînt necesare relații explicite pentru calculul unghiurilor constructive α_N, γ_N, λ, K, funcție de unghiurile funcționale corespunzătoare, α_f, γ_f, λ_f, K_f și componentele V_x, V_y și V_z ale vitezei mișcării relative dintre sculă și piesa prelucrată.

Dacă pentru verificarea unghiurilor funcționale există relații explicite [1],

$$\alpha_f = \alpha_f(\alpha_N, \lambda, K, V_x, V_y, V_z),$$

$$\gamma_f = \gamma_f(\gamma_N, \lambda, K, V_x, V_y, V_z),$$

$$\lambda_f = \lambda_f(\lambda, K, V_x, V_y, V_z),$$

literatura de specialitate nu pune la dispoziția specialistului relații explicite pentru calculul unghiurilor constructive, funcție de cele funcționale, de tipul

$$\alpha_N = \alpha_N(\alpha_f, \lambda, K, V_x, V_y, V_z),$$

$$\gamma_N = \gamma_N(\gamma_f, \lambda, K, V_x, V_y, V_z),$$

$$\lambda = \lambda(\lambda_f, K, V_x, V_y, V_z),$$

$$K = K(K_f, V_x, V_y, V_z).$$

Obiectul prezentei lucrări este deducerea unei expresii generale a unghiului de aşezare constructiv funcţie de cel funcţional.

2. Expresiile unghiului de aşezare funcţional, funcţie de unghiurile constructive. Unghiul de aşezare funcţional α_f este unghiul dintre direcţia vitezei mişcării relative dintre sculă şi piesă, $\mathbf{V} = V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j} + V_z\mathbf{k}$ şi planul tangent la faţa de aşezare în punctul M considerat de pe tăiş (fig. 1).

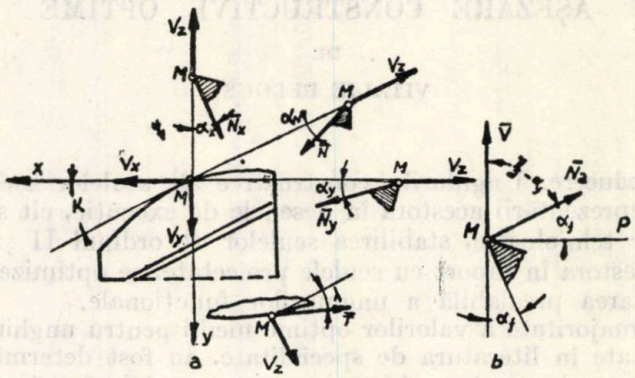


Fig. 1

În secţiunea de măsură a unghiului α_f (fig. 1 *b*) care cuprinde vectorul $\mathbf{V}$ şi vectorul normal la faţa de aşezare $\mathbf{N}_a$, unghiul α_f este unghiul dintre planul de presiune P (normal la $\mathbf{V}$) şi vectorul $\mathbf{N}_a$.

Prin urmare,

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_f\right) = \sin\alpha_f = \frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{N}_a}{V N_a}.$$

După modul în care se defineşte vectorul $\mathbf{N}_a$, ca produs vectorial a doi vectori conţinuţi în planul feţei de aşezare ($\mathbf{N}$ şi $\mathbf{T}$, $\mathbf{N}_y$ şi $\mathbf{T}$, $\mathbf{N}_x$ şi $\mathbf{T}$, sau $\mathbf{N}_x$ şi $\mathbf{N}_y$) se pot obţine o serie de expresii ale unghiului de aşezare funcţional funcţie de cei constructivi.

Versorii de secţionare a feţei de aşezare sînt:

$$\mathbf{N} = -\sin\alpha_N \sin K\,\mathbf{i} = \sin\alpha_N \cos K\,\mathbf{j} - \cos\alpha_N\,\mathbf{k},$$

$$\mathbf{T} = -\cos\lambda\,\cos K\,\mathbf{i} - \cos\lambda \sin K\,\mathbf{j} + \sin\lambda\,\mathbf{k},$$

$$\mathbf{N}_y = \sin\alpha_y\,\mathbf{j} - \cos\alpha_y\,\mathbf{k},$$

$$\mathbf{N}_x = -\sin\alpha_x\,\mathbf{i} - \cos\alpha_x\,\mathbf{k}.$$

Ca atare, vectorul $\mathbf{N}_a$ normal la faţa de aşezare poate fi exprimat prin una din următoarele relaţii:

$$\mathbf{N}_a = \mathbf{N} \times \mathbf{T} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\sin\alpha_N \sin K & \sin\alpha_N \cos K & -\cos\alpha_N \\ -\cos\lambda \cos K & -\cos\lambda \sin K & \sin\lambda \end{vmatrix},$$

(1)
$$\mathbf{N}_a = \cos\alpha_N \cos\lambda \,[(\operatorname{tg}\alpha_N \operatorname{tg}\lambda \cos K - \sin K)\,\mathbf{i} + (\operatorname{tg}\alpha_N \operatorname{tg}\lambda \sin K + \cos K)\,\mathbf{j} + \operatorname{tg}\alpha_N \mathbf{k}];$$

$$\mathbf{N}_a = \mathbf{N}_y \times \mathbf{N}_x = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & \sin\alpha_y & -\cos\alpha_y \\ -\sin\alpha_x & 0 & -\cos\alpha_x \end{vmatrix},$$

(2)
$$\mathbf{N}_a = \cos\alpha_x \cos\alpha_y \,[-\operatorname{tg}\alpha_y \mathbf{i} + \operatorname{tg}\alpha_x \mathbf{j} + \operatorname{tg}\alpha_x \operatorname{tg}\alpha_y \mathbf{k}];$$

$$\mathbf{N}_a = \mathbf{N}_y \times \mathbf{T} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & \sin\alpha_y & -\cos\alpha_y \\ -\cos\lambda\cos K & -\cos\lambda \sin K & \sin\lambda \end{vmatrix},$$

(3)
$$\mathbf{N}_a = \cos\alpha_y \cos\lambda \,[(\operatorname{tg}\alpha_y \operatorname{tg}\lambda - \sin K)\,\mathbf{i} + \cos K\,\mathbf{j} + \operatorname{tg}\alpha_y \cos K\,\mathbf{k}];$$

$$\mathbf{N}_a = \mathbf{N}_x \times \mathbf{T} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\sin\alpha_x & 0 & -\cos\alpha_x \\ -\cos\lambda\cos K & -\cos\lambda \sin K & -\sin\lambda \end{vmatrix},$$

(4)
$$\mathbf{N}_a = \cos\alpha_x \cos\lambda[-\sin K\,\mathbf{i} + (\operatorname{tg}\alpha_x \operatorname{tg}\lambda + \cos K)\,\mathbf{j} + \operatorname{tg}\alpha_x \cos K\,\mathbf{k}].$$

Corespunzător celor patru expresii ale vectorului $\mathbf{N}_a$, rezultă patru expresii ale unghiului de așezare funcțional, funcție de diverse unghiuri de așezare constructive:

(5)
$$\sin\alpha_f = \frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{N}_a}{VN_a} = \frac{(\operatorname{tg}\alpha_N \operatorname{tg}\lambda\cos K - \sin K)V_x + (\operatorname{tg}\alpha_N \operatorname{tg}\lambda \sin K + \cos K)V_y + \operatorname{tg}\alpha_N V_z}{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2\alpha_N/\cos^2\lambda)\,(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)}},$$

(6)
$$\sin\alpha_f = \frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{N}_a}{VN_a} = \frac{-\operatorname{tg}\alpha_y V_x + \operatorname{tg}\alpha_x V_y + \operatorname{tg}\alpha_x \operatorname{tg}\alpha_y V_z}{\sqrt{(\operatorname{tg}^2\alpha_x + \operatorname{tg}^2\alpha_y/\cos^2\alpha_\perp)\,(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)}},$$

(7)
$$\sin\alpha_f = \frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{N}_a}{VN_a} = \frac{(\operatorname{tg}\alpha_y \operatorname{tg} - \sin K)\,V_x + \cos K\,V_y + \operatorname{tg}\alpha_y \cos K\,V_z}{\sqrt{[1 + \operatorname{tg}^2\alpha_y(\operatorname{tg}^2\lambda + \cos^2 K) - 2\operatorname{tg}\alpha_y \operatorname{tg}\lambda \sin K]\,(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)}},$$

$$\sin \alpha_f = \frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{N}_a}{V N_a} =$$

(8)

$$= \frac{-\sin K\, V_x + (\operatorname{tg}\alpha_x \operatorname{tg}\lambda + \cos K)\, V_y + \operatorname{tg}\alpha_x \cos K\, V_z}{\sqrt{[1+\operatorname{tg}^2\alpha_x(\operatorname{tg}^2\lambda+\cos^2 K) + 2\operatorname{tg}\alpha_x \operatorname{tg}\lambda \cos K]\,(V_x^2+V_y^2+V_z^2)}}.$$

În majoritatea cazurilor, pe desenele de execuţie, în standarde, normative, îndrumare de proiectare, sînt prezentate valori pentru α_N, λ, K, fiind deci utilizată relaţia (5).

a) Dacă se impun valorile α_x, α_y, operantă devine relaţia (6);

b) dacă se impun valorile α_y şi λ, se foloseşte relaţia (7);

c) dacă se impun valorile α_x şi λ, este comod să se folosească relaţia (8).

Pentru cazurile particulare cînd $V_x = V_y = 0$ şi $\lambda = 0$, toate cele patru relaţii dau

$$\alpha_f = \alpha_N.$$

3. Expresiile unghiurilor de aşezare constructive, funcţie de cele funcionale. Întrucît în majoritatea cazurilor, interesează valoarea unghiului de aşezare normal α_N, este necesar să se determine relaţia explicită $\alpha_N = \alpha_N(\alpha_f, \lambda, K)$ din (5). Fie scrisă sub forma

$$\sin \alpha_f = \frac{(V_z + \operatorname{tg}\lambda \cos K V_x + \operatorname{tg}\lambda \sin K\, V_y)\operatorname{tg}\alpha_N - (V_x \sin K - V_y \cos K)}{V\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha_N/\cos^2\lambda}}.$$

Notînd

$$V_x \operatorname{tg}\lambda \cos K + V_y \operatorname{tg}\lambda \sin K + V_z = a \text{ şi } V_x \sin K - V_y \cos K = b,$$

$$V^2 \sin^2\alpha_f (1 + \operatorname{tg}^2\alpha_N/\cos^2\lambda) = a^2 \operatorname{tg}^2\alpha_N - ab \operatorname{tg}\alpha_N + b^2,$$

sau

$$(a^2 - V^2 \sin^2\alpha_f/\cos^2\lambda)\operatorname{tg}^2\alpha_N - ab \operatorname{tg}\alpha_N + b^2 - V^2 \sin^2\alpha_f = 0,$$

(9)

$$\operatorname{tg}\alpha_N = \frac{ab \pm \sqrt{a^2 b^2 - (a^2 - V^2 \sin^2\alpha_f/\cos^2\lambda)(b^2 - V^2 \sin^2\alpha_f)}}{a^2 - V^2 \sin^2\alpha_f/\cos^2\lambda},$$

sau explicit

$$\operatorname{tg}\alpha_N = \frac{A}{B}, \qquad \text{cu}$$

$$A = (V_x \operatorname{tg}\lambda \cos K + V_y \operatorname{tg}\lambda \sin K + V_z)(V_x \sin K - V_y \cos K) \pm$$

$$\pm \{(V_x \operatorname{tg}\lambda \cos K + V_y \operatorname{tg}\lambda \sin K + V_z)^2 (V_x \sin K - V_y \cos K)^2 -$$

(10)

$$- [(V_x \operatorname{tg}\lambda \cos K + V_y \operatorname{tg}\lambda \sin K + V_z)^2 - V^2 \sin^2\alpha_f/\cos^2\lambda] \cdot$$

$$\cdot [(V_x \sin K - V_y \cos K)^2 - V^2 \sin^2\alpha_f]\}^{1/2},$$

$$B = (V_x \operatorname{tg}\lambda \cos K + V_y \operatorname{tg}\lambda \sin K + V_z)^2 - V^2 \sin^2\alpha_f/\cos^2\lambda.$$

Pentru $V_x \approx V_y \approx 0$

$$\text{(11)} \qquad \operatorname{tg} \alpha_N = \frac{\sin \alpha_f \cos \lambda}{\sqrt{\cos^2 \lambda - \sin^2 \alpha_f}}.$$

Dacă în plus și $\lambda = 0$,

$$\operatorname{tg} \alpha_N = \sin \alpha_f.$$

Pentru λ neglijabil ($\lambda \approx 0$), (10) devine

$$\text{(12)} \qquad \operatorname{tg} \alpha_N = \frac{1}{V_z^2 - V^2 \sin^2 \alpha_f} \left\{ V_z (V_x \sin K - V_y \cos K) \pm \right.$$
$$\left. \pm \sqrt{V_z^2 (V_x \sin K - V_y \cos K)^2 - (V_z^2 - V^2 \sin^2 \alpha_f) [(V_x \sin K - V_y \cos K)^2 - V^2 \sin^2 \alpha_f]} \right\}.$$

În cazurile complexe de optimizare a unghiurilor de așezare constructive α_N, prin impunerea unor valori optime unghiurilor de așezare funcționale α_f, cînd principalii factori care diferențiază unghiurile constructive de cele funcționale (V_x, V_y și λ) au valori importante, va trebui folosită relația (9) sau (10); pentru cazurile cînd V_x și V_y sînt cu totul neglijabile în raport cu V_z, se impune relația (11), iar atunci cînd V_x și V_y au valori importante, dar λ este neglijabil, relația (12).

Prin deducerea relației generale (10) proiectantul poate determina unghiul de așezare normal optim α_N, pe baza optimizării analitice-experimentale prealabile a unghiului de așezare funcțional α_f, punînd condiții de maximizare-minimizare a criteriilor de optimizare:

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha_f} = 0, \qquad \frac{\partial P_z}{\partial \alpha_f} = 0, \qquad \frac{\partial P_x}{\partial \alpha_f} = 0, \ldots, \qquad \frac{\partial R_\tau}{\partial \alpha_f} = 0 \ldots$$

Primită la 15 noiembrie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Belous V., *Proiectarea sculelor.* (I) *Bazele proiectării sculelor.* Rotaprint, Inst. polit. Iași, 1968, pp. 87—89.

CONTRIBUTIONS À LA SYNTHÈSE OPTIMALE DES ANGLES CONSTRUCTIFS DE DÉPOUILLE

(Résumé)

On déduit les relations générales pour le calcul des angles constructifs de dépouille de l'outil de coupe, en fonction des angles fonctionnels optimisés et des composantes V_x, V_y, V_z du mouvement relatif.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.4.304

OBSERVAȚII ASUPRA UTILIZĂRII UNOR SISTEME DE APRINDERE ELECTRICĂ CU SEMICONDUCTORI PE AUTOTURISMUL DACIA 1 300

DE

TRAIAN VIDRAȘCU

1. Introducere. Instalația de aprindere este una din componentele esențiale, de a cărei bună funcționare depinde promptitudinea și performanța motorului cu ardere internă.

Instalația de aprindere de la baterie are unele dezavantaje cu efecte negative asupra dezvoltării în continuare a motorului Otto în ceea ce privește raportul de compresiune, randamentul, durata de viață și robustețea lui. La această instalație contactele ruptorului sînt foarte puternic solicitate datorită arcului electric ce ia naștere la deschiderea lor. Temperatura arcului ajunge la aproximativ 5 000°C, ceea ce atrage oxidarea suprafețelor contactelor. În timp, această oxidare impiedică trecerea curentului electric, fapt care atrage o pornire grea a motorului, mers neuniform la ralanti, consum exagerat de combustibil [1].

Folosirea sistemelor de aprindere electrică cu semiconductori, fie de tip capacitiv, fie de tip inductiv, permite [2] îmbunătățirea siguranței instalației de aprindere, mărirea duratei de serviciu a contactelor ruptorului și bujiilor, îmbunătățirea comportării instalației de aprindere la motoarele de mare turație cu compresiune înaltă, diminuarea consumului de benzină.

În lucrarea de față se prezintă unele observații rezultate din folosirea unor sisteme moderne de aprindere electrică pe un autoturism Dacia 1 300 în perioada 1974—1978.

2. Utilizarea sistemului capacitiv. În [3] este propus un sistem de aprindere electrică cu o energie înmagazinată pe condensator de 30 mJ (1,5 μF la 200 V).

Îmbunătățind schema de principiu am realizat o instalație de aprindere electrică care putea furniza fie 80 mJ, fie 160 mJ, alegerea variantei putînd fi asigurată din interiorul autoturismului cu ajutorul unui întrerupător. De asemenea tot din interior se putea trece pe sistemul clasic de aprindere, chiar și în timpul mersului.

Instalația a fost montată în compartimentul motor al autoturismului Dacia 1 300 cu carburator Carfil 32 IRM-Weber, interpunîndu-se între acumulator și bobina originală a mașinii.

Din testele făcute s-a observat: 1) o pornire foarte ușoară vara și ușoară iarna, cînd motorul era rece, iar sistemul avea o energie de 80 mJ;

2) o pornire foarte ușoară cînd motorul era cald în orice anotimp ; 3) o pornire foarte ușoară iarna cu motorul rece, cînd energia sistemului era de 160 mJ ; 4) promptitudine mai bună a motorului la comenzile acceleraţiei ; 5) o reducere a consumului de benzină cu 10—20%, indiferent de energia sistemului ; 6) păstrarea intactă a contactelor ruptorului, chiar și după parcurgerea a 50 000 km ; 7) posibilitatea pornirii motorului rece la — 15° C, cu bateria descărcată ; 8) posibilitatea pornirii motorului iarna, cu bujii foarte murdare și cu o baterie sulfatată, avînd o capacitate de numai 10 Ah (cu sistemul avînd energia de 160 mJ). Prin înlocuirea bateriei cu una nouă, cu aceleași bujii nu s-a putut porni motorul cald cu sistemul clasic de aprindere electrică.

În anul 1978 s-a utilizat tipul de aprindere electrică „Electronica-M". Această instalaţie prezintă o construcţie electromecanică deosebită și asigură o pornire foarte ușoară a motorului cald și un răspuns prompt al motorului la comenzile acceleraţiei. La exemplarul testat pornirile motorului la rece erau mai grele față de utilizarea sistemului de aprindere electrică clasic. Uneori motorul pornea cînd se întrerupea acţionarea demarorului, ceea ce arăta că datorită căderii de tensiune a acumulatorului, energia înmagazinată de condensator se micșora simţitor în timpul pornirii.

Tensiunea de la condensatorul de 1 μF al acestui sistem s-a găsit de 370 V atunci cînd se făcea contactul aprinderii ; la acţionarea demarorului ea scădea la 300 V.

Adăugarea unui dispozitiv care menţinea tensiunea constantă pe timpul acţionării demarorului a înlăturat neajunsul de mai sus.

3. Utilizarea sistemului inductiv. În [4] se arată că la un sistem clasic de aprindere electrică cu o energie înmagazinată în bobina de inducţie de 50 mJ, se pierde în arcul electric care apare la contactele ruptorului o energie de 36 mJ, restul fiind cedată scînteii electrice care aprinde amestecul carburant.

Pentru a suprima energia pierdută în arcul electric am construit o instalaţie de aprindere cu patru tranzistoare ASZ 18 montate în serie, perfecţionînd cele arătate în [5]. Pentru protejarea contra supratensiunilor ce apar la întreruperea curentului prin primarul bobinei de inducţie, s-au utilizat diode Zener limitatoare de 180, 260 și 390 V.

Instalaţia a fost utilizată la bobina de inducţie proprie a autoturismului și la bobina BAR-1.

Atunci cînd supratensiunea era limitată la 180 V cu bobina proprie a mașinii, motorul rece nu pornea; cînd motorul era cald funcţiona normal la ralanti, dar se creau dificultăţi la accelerare.

Atunci cînd supratensiunea era limitată la 260 V motorul rece pornea iarna mai greu cu bobina proprie și foarte ușor cu bobina BAR-1. Promptitudinea la comenzile acceleraţiei era mai bună în ultimul caz, probabil datorită energiei mai mari înmagazinate.

Dacă supratensiunea era limitată la 390 V se constata o îmbunătăţire în cazul folosirii bobinei proprii.

Construind o nouă instalaţie, în care cele patru tranzistoare ASZ 18 au fost înlocuite cu un tranzistor de putere cu siliciu, cu limitarea supratensiunii la 260 V, pornirea la rece a devenit foarte promptă cu bobina proprie,

mult mai bună decît la tipul capacitiv „Electronica-M", care își păstra avantajul privind promptitudinea la comenzile accelerației.

Prin înlocuirea bobinei proprii cu bobina de inducție BAR-1 și pornirea la rece și promptitudinea la comenzile accelerației devin superioare tipului capacitiv. Probabil că acest fapt se datorează energiei mai mari furnizate scînteii electrice.

4. Concluzii. 1. Se prezintă observațiile rezultate din experimentarea timp de patru ani a unor sisteme de aprindere electrică cu semiconductori de tip capacitiv și inductiv pe autoturismul Dacia 1 300.

2. Se arată avantajele sistemului capacitiv folosit la bobina proprie a autoturismului, în comparație cu sistemul de aprindere clasic.

3. Se relevă faptul că în cazul utilizării sistemului inductiv s-au obținut performanțe mai bune cu bobina de inducție BAR-1.

Primită la 27 februarie 1978

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Bara A. J., *An Evaluation of Transistorized Ignition Systems.* S.A.E. Journal, 1—4 (August 1964).
2. Breslașu Gh., *Introducerea tranzistoarelor la instalațiile de aprindere ale autovehiculelor.* Ministerul Căilor Ferate, Centrul de documentare și publicații tehnice, București, 1967.
3. Winterburn E. L., *Ignition System.* Brevet S.U.A., nr. *356 481*/1971.
4. Florio S. A., *Manufactures Experience.* S.A.E. Journal, 10—14 (August 1964).
5. Postelnicu Gh., *Echipament electric pentru autovehicule.* Ed. tehn., Buc., 1972, pp. 259—291.

OBSERVATIONS ON THE USE OF SOLID STATE IGNITION SYSTEMS ON THE DACIA 1 300 AUTOMOBILE

(Summary)

In this paper some observations based on four years experiment with some capacitive discharge and transistor ignition systems are presented with a view to showing their advantage over the conventional battery ignition system.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

RECENZII

BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

T. R. THOMAS, M. KING, *Surface Topography in Engineering.* BHRA - Fluid Engineering Series, Vol. 3.

The effort of gathering in a synthesis paper a considerable number of researches realized in the field of surface quality is remarcable. The value of the synthesis consists in both its objectivity and the way in which it underlines the main aspects of the problem.

Surface quality appears to be a complex notion which is defined by specific physicochemical properties and geometry. Taking into account such considerations, the sistematization of this paper follows these steps : technical surfaces processing measurement modern techniques, geometric characterization of the surfaces and technical applications.

These applications are of a special interest because extremely useful data are offered on the elastic and plastic contact, lubricating, friction and wear, seals, contact resistance, machine-tool joint, etc.

Finally, surface quality is not understood as being sepparated from the medium and without relations with the outside. The Surface having a functional role, it implicates also the contact with another surface under speed and force conditions. The interest of this work consists of such a view upon the notion, too.

A State of the Art Review and Bibliography in such an interesting and sometimes disputed field, represents an instrument of a great value both for researches and engineers, for science and designing.

M. Gafiţanu

CHUANG-HA SUH, CHARLES W. RADCLIFFE, *Kinematics and Mechanisms Design.* John Wiley & Sons, New York — Santa Barbara — Chichester — Brisbane — Toronto, 1978, 434 pp.

The textbook writen by C h u a n g - H a S u h, Professor and Chairman, Department of Engineering Design and Economic Evaluation, University of Colorado, Boulder and C h a r l e s W. R a d c l i f f e, Professor of Mechanical Engineering, University of California, Berkeley, offers a thorough presentation of the modern methods of kinematic analysis and synthesis of mechanisms.

It covers kinematic analysis and optimal synthesis of plane and spatial four bar linkages.

The content includes : basic concepts, vector methods in plane kinematics, matrix methods in kinematics, kinematic analysis of spatial mechanisms, mobility analysis of mechanisms, rigid body guidance, function generation, path generation, optimal synthesis of mechanisms, differential geometry of motion, dynamics of mechanisms as well as computer programs.

Of particular importance are the 60 examples suitable for assignment of methods stipulated by authors.

The last part of the textbook includes numerous computer programs in FORTRAN developed and used in this textbook for the solution of nonlinear algebraic equations and constrained nonlinear minimization.

The textbook is complete with an ample list of references for each chapter.

The subject matter of the used material proves a high scientific level. The style of the textbook is lively, abounding in useful recommendations, a fact wich makes it agreable to read.

V. Merticaru

1979 OKT 23

40822